

Séance 4 : CODAGES ET REPRÉSENTATIONS

L1 – Université Côte d’Azur

Exercice 1 — Échauffement

1. Faites afficher le code ASCII des caractères 'A', 'D', '0' (zéro), '3' puis vérifiez sur la table ASCII page suivante; voyez-vous comment on peut déduire le code ASCII de toute lettre majuscule à partir de celui de 'A', et de tout chiffre à partir de celui de '0' ?
2. Faites calculer à Python la position dans l'alphabet de la lettre M (réponse : 12 car on compte à partir de 0);
3. Définissez une fonction `est_chiffre(c)` qui renvoie `True` si le caractère `c` est un chiffre. Vous n'utiliserez pas la méthode `isdigit`. Écrire des tests avec `assert` pour votre fonction.
4. Définissez une fonction `masquer_numéro(s)` qui renvoie la chaîne `s` dans laquelle les chiffres sont remplacés par des étoiles. Testez la dans le shell. On n'utilisera pas la fonction `print` mais seulement un `return`.

```
1 >>> masquer_numéro('Bonjour je vends 1 chat. Appelez au 0678912345.')
2 'Bonjour je vends * chat. Appelez au *****.'
```

Exercice 2 — Cryptographie antique

Un système cryptographique ancien, souvent appelé code de César, consiste à choisir une clé entière `k` entre 1 et 25 pour fabriquer, à partir d'un message `msg`, un nouveau message codé avec la technique suivante. Chaque lettre majuscule de `msg` est décalée de `k` positions vers la droite (l'alphabet est circulaire : après 'Z' on revient sur 'A'). Les autres caractères du message sont laissés intacts.

1. Programmez la fonction `code_césar_lettre(c,k)` qui retourne le caractère correspondant au chiffrement du caractère contenu dans la variable `c`. Écrivez des tests avec `assert`.

```
1 >>> code_césar_lettre('A', 3)
2 'D'
3 >>> code_césar_lettre('Y', 3)
4 'B'
```

```
1 >>> code_césar_lettre(' ', 3)
2 ' '
3 >>> code_césar_lettre('a', 3)
4 'a'
```

2. Programmez la fonction `code_césar(msg,k)` qui retourne le message codé, en appliquant la transformation précédente à chaque caractère.

```
1 >>> code_césar('LES GAUGAU... LES GAUGAU... LES GAULOIS !!!', 10)
2 'VOC QKEQKE... VOC QKEQKE... VOC QKEVYSC !!!'
```

3. Sur le même modèle, programmez la fonction `décode_césar(msg,k)` qui prend un message codé et retourne le message en clair.
4. Défi urgent : décidez le message 'WZG GCBH TCIG QSG FCAOWBG' dont César a perdu la clé!

Exercice 3 — Table ASCII

Écrivez un programme qui affiche la table ASCII ci-dessous en respectant la présentation de la page suivante.

On peut utiliser deux méthodes. L'une proche de l'exercice des tapis avec une double boucle `for`.

```
1 def fabriquer_film(n):
2     pellicule = [""] * n
3     for i in range(n):
4         ch = ""
5         for j in range(n):
6             if i==j:
7                 ch = ch + "*"
8             else:
9                 ch = ch + " "
10        pellicule[i] = ch
11    return pellicule
```

L'autre plus astucieuse mais qui ne fonctionne qu'en Python.

```
1 def fabriquer_film(n):
2     pellicule = [""] * n
3     for i in range(n):
4         pellicule[i] = i*" " + "*" + (n-i-1)*" "
5     return pellicule
```

4. Écrivez la fonction `projeter_en_boucle(film, n)` qui répète `n` fois la projection du film avant d'afficher Fin.

```
1 def projeter_en_boucle(film,n):
2     for i in range(n):
3         projeter(film)
4     print("Fin")
```

5. Écrire une fonction `fabriquer_film_d_horreur(n)` qui renvoie une liste avec les symboles `"\U0001f987"` à la place de `"*"` et `"\U0001faa6"` à la place de `" "`.

```
1 def fabriquer_film_horreur(n):
2     dracula = "\U0001f987"
3     cimetière = "\U0001faa6"
4     pellicule = [""] * n
5     for i in range(n):
6         pellicule[i] = i*cimetière + dracula + (n-i-1)*cimetière
7     return pellicule
```

6. Bonus à faire chez soi : remplacer le mouvement de gauche à droite par des allez-retours.

```
1 def fabriquer_film_horreur_extended_version(n):
2     dracula = "\U0001f987"
3     cimetière = "\U0001faa6"
4     pellicule = ["x"] * (2*n-2)
5     for i in range(n-1):
6         pellicule[i] = i*cimetière + dracula + (n-i-1)*cimetière
7         pellicule[n+i-1] = (n-i-1)*cimetière + dracula + i*cimetière
8     return pellicule
```

Exercice 5 — Rechercher un mot dans un texte

Écrivez une fonction `rechercher(mot, texte)` qui recherche le chaîne mot dans la chaîne texte et renvoie le premier indice correspondant (-1 si le mot n'est pas présent) (les *slices* sont interdits).

```
1 >>> rechercher("vie", "L'olivier est un bel arbre")
2 5
3 >>> rechercher("mort", "L'olivier est un bel arbre")
4 -1
```

Bonus : Essayer d'écrire cette fonction sans fonction auxiliaire en utilisant deux boucles.

```

1 def rechercher(mot, texte):
2     for i in range(len(texte) - len(mot)+1):
3         trouvé=True
4         for j in range(len(mot)):
5             if mot[j] != texte[i+j]:
6                 trouvé = False
7                 break
8         if trouvé:
9             return i
10    return -1

```

Exercice 6 — Attaque sur un code de sécurité sociale

On se propose d'étudier une méthode pour chiffrer et déchiffrer un message m à l'aide d'une clé k . Le message m et la clé k sont des chaînes de caractères qui ne comportent que les caractères '0' et '1'. L'opération à la base du procédé est l'opérateur *ou exclusif*, noté $\oplus$, et défini comme suit : si c_1 et c_2 sont des caractères distincts, $c_1 \oplus c_2$ est le caractère '1', sinon c'est le caractère '0'.

1. Écrivez une fonction `xor(c1,c2)` qui prend en arguments deux caractères c_1 et c_2 et qui renvoie le caractère correspondant au *ou exclusif*¹ $c_1 \oplus c_2$. Par exemple, `xor('0','1') == '1'`.

```

1 def xor(c1, c2) :
2     if c1 == c2:
3         return '0'
4     else:
5         return '1'

```

2. Le chiffrement de m avec la clé k est la chaîne de caractères e de la même longueur que m dont le i -ème caractère est le résultat du *ou exclusif* entre le i -ème caractère de m et le i -ème caractère de k ; si m est plus long que k , on répète la clé k à la suite d'elle-même pour obtenir une chaîne de caractères de la même longueur que m . Par exemple, si la clé est '01' et que m comporte 5 caractères, on rallonge k en '01010'.

Écrivez une fonction `chiffrement(m,k)` qui renvoie le chiffrement de m avec la clé k . Par exemple, on aura :

`chiffrement('1110011','10') == '0100110'.`

```

1 def chiffrement(m,k) :
2     res = ''
3     for i in range(len(m)) :
4         c1=m[i]
5         c2=k[i % len(k)]
6         res = res + xor(c1,c2)
7     return res

```

3. On veut utiliser ce schéma de chiffrement pour coder un numéro de sécurité sociale comportant 15 chiffres décimaux. Pour cela, il suffit de convertir le numéro de sécurité sociale en une chaîne de caractères 0 ou 1, puis d'appliquer la fonction `chiffrement`. Écrivez une fonction `binaire(ss_id)` qui fait cette première étape : l'argument `ss_id` est une chaîne de caractères contenant uniquement des chiffres de 0 à 9, et la fonction renvoie la suite des écritures de ces chiffres en base 2, chacun sur 4 bits. Par exemple, `binaire('0123')` renvoie

`'0000000100100011' == '0000' + '0001' + '0010' + '0011'`

1. En anglais et en informatique l'opérateur *ou exclusif* se note `xor`

```

1 def binaire_chiffre(n):
2     res = ''
3     bits="01"
4     for i in range(4):
5         q = n//2
6         r = n%2
7         res = bits[r] + res
8         n = q
9     return res

```

Prenez l'habitude de tester vos fonctions.

```

1 >>> for i in range(10):
2     ...     print(i,":",binaire_chiffre(i))
3 0 : 0000
4 1 : 0001
5 2 : 0010
6 3 : 0011
7 4 : 0100
8 5 : 0101
9 6 : 0110
10 7 : 0111
11 8 : 1000
12 9 : 1001

```

```

1 def binaire(s):
2     res = ''
3     for i in range(len(s)):
4         c = int(s[i])
5         res = res + binaire_chiffre(c)
6     return res

```

4. Pour vérifier si un numéro de sécurité sociale est valide, on additionne le nombre n_1 formé par les 13 premiers chiffres au nombre n_2 formé par les 2 derniers chiffres, et on vérifie que c'est un multiple de 97. Par exemple, le numéro 2 55 08 14 168 025 38 est un numéro de sécurité sociale valide car $2550814168025 + 38 = 26297053279 \times 97$.

Écrivez une fonction `ssid_valide(s)` qui prend en argument une chaîne de caractères `s` et qui renvoie `True` si `s` est un numéro de sécurité sociale valide. Par exemple, `ssid_valide('255081416802538')` renvoie `True`. Dans notre bienveillance, nous vous autorisons à utiliser les *slices* et la fonction `int`

```

1 def ssid_valide(s):
2     x = int(s[:13]) + int(s[13:])
3     return (x % 97 == 0)

```

5. Vous avez intercepté le numéro de sécurité sociale chiffré suivant :

1010111101011011011111011111011111000001010101101001111111010

et vous savez que la personne à qui il appartient est un homme né en janvier 98 dans les Alpes-Maritimes — autrement dit, le numéro de sécurité sociale commence par « 1980106 ». Enfin, vous savez que le message est chiffré avec une clé k sur 32 bits.

Saurez-vous retrouver le numéro de sécurité sociale ainsi que la clé k ?

```

1 nss = '10101111010110110111110111011111000001010101101001111111010'
2 début_nss = nss[:32] # les 32 premiers bits de nss
3 début = '1980106'
4
5 def décimale(s):
6     c=0
7     résultat=''
8     for i in range(len(s)):
9         c = 2*c +int(s[i])
10        if i%4 == 3:
11            résultat=résultat + str(c)
12            c=0
13    return résultat

```

Supposons que l'on connaisse les 8 premiers chiffres du numéro de sécurité sociale. Cela nous donnerait 32 bits (car chaque chiffre est codé sur quatre bits). Notons *début_binaire* ces 32 premiers bits, on aurait alors le résultat suivant : $\text{début_binaire} \oplus k == \text{début_nss}$. Ce qui nous donnerait immédiatement $\text{début_binaire} \oplus \text{début_nss} == k^2$. Ainsi, connaissant *début_binaire* et *début_nss*, on peut rapidement trouver la clé *k*! Malheureusement on ne connaît que les 7 premiers chiffres de *début*, ce qui nous laisse 10 possibilités.

```

1 >>> for i in range(10):
2 ...     début_décimale = début+str(i)
3 ...     début_binaire = binaire(début_décimale)
4 ...     print(i, ': ', début_décimale, début_binaire)
5 0 : 19801060 00011001100000000001000001100000
6 1 : 19801061 00011001100000000001000001100001
7 2 : 19801062 00011001100000000001000001100010
8 3 : 19801063 00011001100000000001000001100011
9 4 : 19801064 00011001100000000001000001100100
10 5 : 19801065 00011001100000000001000001100101
11 6 : 19801066 00011001100000000001000001100110
12 7 : 19801067 00011001100000000001000001100111
13 8 : 19801068 00011001100000000001000001101000
14 9 : 19801069 00011001100000000001000001101001

```

Comment trouver la clé valide parmi ces 10? On va essayer de décoder *nss* avec chacune d'entre elle et voir si cela nous donne un numéro de sécurité sociale valide.

```

1 for i in range(10):
2     print("= Essai numéro",i, 65*"=")
3     début_décimale = début+str(i)
4     début_binaire = binaire(début_décimale)
5     clé = chiffrement(début_binaire,début_nss)
6     print(début_décimale,début_binaire,"clé =",clé)
7     ssid_binaire_complet = chiffrement(nss,clé)
8     ssid_décimale_complet = décimale(chiffrement(nss,clé))
9     print("ssid potentiel :",ssid_binaire_complet)
10    if ssid_valide(ssid_décimale_complet):
11        print("\n"+ssid_décimale_complet+" est un numéro de sécurité sociale valide\n")
12    else:
13        print(ssid_décimale_complet,"n'est pas un numéro de sécurité sociale valide\n")

```

2. Le lecteur peut rapidement se convaincre que pour trois bits *a*, *b* et *c* on a toujours $(a \oplus b = c) \Leftrightarrow (c \oplus a = b) \Leftrightarrow (b \oplus c = a)$

```
1 = Essai numéro 0 =====
2 19801060 00011001100000000001000001100000 clé = 10110110110110110110110111111
3 ssid potentiel : 0001100110000000000100000110000000011010001110110010100100001
4 198010603476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
5
6 = Essai numéro 1 =====
7 19801061 00011001100000000001000001100001 clé = 10110110110110110110110110111110
8 ssid potentiel : 000110011000000000010000011000010011010001110110010100100001
9 198010613476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
10
11 = Essai numéro 2 =====
12 19801062 00011001100000000001000001100010 clé = 101101101101101101101101101111101
13 ssid potentiel : 000110011000000000010000011000100011010001110110010100100001
14
15 198010623476521 est un numéro de sécurité sociale valide
16
17 = Essai numéro 3 =====
18 19801063 00011001100000000001000001100011 clé = 101101101101101101101101101111100
19 ssid potentiel : 000110011000000000010000011000110011010001110110010100100001
20 198010633476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
21
22 = Essai numéro 4 =====
23 19801064 00011001100000000001000001100100 clé = 101101101101101101101101101111011
24 ssid potentiel : 000110011000000000010000011001000011010001110110010100100001
25 198010643476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
26
27 = Essai numéro 5 =====
28 19801065 00011001100000000001000001100101 clé = 101101101101101101101101101111010
29 ssid potentiel : 000110011000000000010000011001010011010001110110010100100001
30 198010653476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
31
32 = Essai numéro 6 =====
33 19801066 00011001100000000001000001100110 clé = 101101101101101101101101101111001
34 ssid potentiel : 000110011000000000010000011001100011010001110110010100100001
35 198010663476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
36
37 = Essai numéro 7 =====
38 19801067 00011001100000000001000001100111 clé = 101101101101101101101101101111000
39 ssid potentiel : 000110011000000000010000011001110011010001110110010100100001
40 198010673476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
41
42 = Essai numéro 8 =====
43 19801068 00011001100000000001000001101000 clé = 10110110110110110110110110110111
44 ssid potentiel : 00011001100000000001000001101000011010001110110010100100001
45 198010683476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
46
47 = Essai numéro 9 =====
48 19801069 00011001100000000001000001101001 clé = 101101101101101101101101101101110
49 ssid potentiel : 000110011000000000010000011010010011010001110110010100100001
50 198010693476521 n'est pas un numéro de sécurité sociale valide
51
```