Bases de l'informatique 1

Cours 7. Modules et types abstraits

Olivier Baldellon

Courriel : prénom.nom@univ-cotedazur.fr

Page professionnelle : https://upinfo.univ-cotedazur.fr/~obaldellon/

Licence 1 — Faculté des sciences et ingénierie de Nice — Université Côte d'Azur

Sommaire

- Partie I. Modules
- Partie II. Types abstraits
- Partie III. Créer un type intégré en Python
- Partie IV. Piles
- Partie V. Matrices
- Partie VI. Table des matières

- Un nom de fichier Python se termine par `.py` et ne contient que des lettres minuscules, des chiffres et des soulignés. Aucun espace !
  - `essai2.py`
  - `essai_tortue.py`
  - ~~`Essai tortue.py`~~
- Un module est un fichier Python `nom_du_module.py` contenant
  - des définitions ;
  - des instructions (par exemple d'affichage).
- Il y a deux types de modules.

Les scripts

Suite d'instructions destinées à être directement exécutées (avec la touche F5 par exemple)

Les bibliothèques (*library*)

Ensemble de fonctions destinées à être utilisées par un autre module.

- On peut mélanger les deux mais ce n'est pas une bonne pratique.

Exemple de module (1/2)

- On crée un fichier `tva.py`
  - avec des définitions de variables et de fonctions (`TVA`, `COEF`, `prix_ttc`)
  - et des instructions (le `print`)
  - `tva` est donc à la fois une bibliothèque et un script.
  - en général, le mélange des genres n'est pas une bonne pratique.

tva.py

```
TVA = 20                # définition d'une variable
COEF = 1 + TVA / 100 # définition d'une variable

def prix_ttc(p):        # définition d'une fonction
    global COEF
    return p * COEF

print('Module tva.py chargé !') # instruction
```

- On peut l'utiliser à partir de la console.

SHELL

```
>>> import tva # tva.py dans le répertoire de travail
Module tva.py chargé !
>>> tva.TVA
20
>>> tva.prix_ttc(10)
12.0
```

- On prend le même fichier `tva.py`

tva.py

```
TVA = 20
COEF = 1 + TVA / 100

def prix_ttc(p):
    global COEF
    return p * COEF

# print('Module tva.py chargé !')
```

- et on l'utilise alors dans un script

SCRIPT

```
import tva # tva.py est dans le même dossier

def bilan(x):
    prix = tva.prix_ttc(x)
    print("Avec un taux de " + str(tva.TVA) + "%,", end=' ')
    print("le prix ttc est " + str(prix) + "€.")
```

SHELL

```
>>> bilan(10)
Avec un taux de 20%, le prix ttc est 12.0€.
```

tva.py
```
TVA = 20
COEF = 1 + TVA / 100

def prix_ttc(p):
    global COEF
    return p * COEF
```

- Le module `tva` définit les variables `TVA`, `COEF` et la fonction `prix_ttc`.
- La portée de ces définitions est restreinte au module
  - elles ne sont pas visibles directement dans un autre module.
  - sauf à utiliser le préfixe `tva.` : `tva.COEF`, etc.

SHELL
```
>>> COEF=3
>>> tva.prix_ttc(10) #10*COEF?
12.0
```

SHELL
```
>>> tva.COEF = 3
>>> tva.prix_ttc(10)
30
```

- Les espaces de noms (*namespace*) permettent d'éviter les conflits de noms involontaires.
  - On peut utiliser le nom `COEF` sans conflit avec celui de `tva.py`
  - Mais si on veut vraiment modifier `tva.COEF`, on peut !

- Utilisée dans le module autre, l'instruction `import tva` :
  - exécute le fichier `tva.py`
  - rend disponibles les définitions de `tva.py` depuis le fichier `autre.py`.

tva.py
```
TVA = 20
COEF = 1 + TVA / 100

def prix_ttc(p):
    global COEF
    return p * COEF

print('Module tva.py chargé !')
```

autre.py
```
import tva #exécute tva

def bilan(x):
    prix = tva.prix_ttc(x)
    print('Taux :',tva.TVA,end='')
    print(' ; Prix ttc :', prix)

bilan(10)
```

- Il suffit de préfixer les noms du module `tva.py` par `tva.` (tva point)
  - `prix_ttc(10)` devient `tva.prix_tcc(10)`

SHELL
```
>>> import autre # autre est un script : exécute des instructions
Module tva.py chargé !
Taux : 20 ; Prix ttc : 12.0
>>> autre.bilan(100) # autre est aussi une bibliothèque
Taux : 20 ; Prix ttc : 120.0
```

- Il est préférable d'utiliser un module comme simple bibliothèque.

- Utilisée dans le module `autre`, l'instruction `from tva import TVA` :
  - Exécute le fichier `tva.py`
  - Introduit le mot `TVA` dans l'espace de noms du module `autre`
  - En pratique le mot `TVA` devient un nom de variable du module `autre`.

SHELL
```
>>> from tva import TVA
>>> TVA # variable TVA est définie & utilisable sans préfixe
20
>>> tva.TVA # nous n'avons pas importé le module tva
Traceback (most recent call last):
  File "<console>", line 1, in <module>
NameError:  name 'tva' is not defined
>>> COEF # du module tva nous n'avons importé que TVA
Traceback (most recent call last):
  File "<console>", line 1, in <module>
NameError:  name 'COEF' is not defined
```

- Pour introduire tout l'espace de noms d'un module : `from tva import *`
  - Mais c'est beaucoup plus risqué qu'un simple `import tva`
  - S'obliger à utiliser le préfixe `tva` évite les conflits.
  - Cela évite de redéfinir silencieusement une variable déjà existante.

- Il ne peut y avoir qu'une variable `TVA`

SHELL
```
>>> TVA=3
>>> from tva import TVA
>>> TVA
20
>>> from tva_réduite import TVA
>>> TVA
5
```

- Première solution

SHELL
```
>>> TVA=3
>>> import tva
>>> import tva_réduite
>>> ( TVA , tva.TVA , tva_réduite.TVA )
(3, 20, 5)
```

- Pour éviter des conflits, on peut importer une valeur sous un autre nom.

SHELL
```
>>> TVA=3
>>> from tva import TVA as TVAP          # TVAP = TVA Pleine
>>> from tva_réduite import TVA as TVAR # TVAR = TVA Réduite
>>> (TVA,TVAP,TVAR)
(3, 20, 5)
```

- Importer un module `tva`

```
>>> import tva
>>> tva.COEF
1.2
```
SHELL

- Importer un module en le renommant

```
>>> import tkinter as tk
>>> root = tk.Tk() # au lieu de tkinter.Tk()
```
SHELL

- Importer une variable/fonction d'un module
  - la nouvelle variable est disponible dans l'espace de nom courant
  - pour tout importer sans préfixe (à éviter) `from tva import *`

```
>>> from tva import COEF
>>> COEF
1.2
```
SHELL

- Importer une seule variable/fonction de `tva` en changeant son nom

```
>>> from tva import COEF as coefficient
>>> coefficient
1.2
```
SHELL

- Pour ceux de l'UE Syst. 1, on peut utiliser les modules comme des scripts.
- Il faut les commencer par une ligne en commentaire : le *shebang* :
  - Pour indiquer au shell Unix quel langage utiliser.
  - On utilise d'autre shebang pour d'autre langage (`#!/bin/bash`)

script.py

```
#!/usr/bin/python3

for i in range(1,4):
    print(i)
```

- Il faut aussi que votre fichier soit exécutable (commande Unix `chmod`).

SHELL

```
olivier@valrose:~ $ chmod u+x script.py
olivier@valrose:~ $ ./script.py
1
2
3
```

- On lance le script en préfixant son nom par `./`

Script principal ou bibliothèque ?

- Parfois, on veut savoir si un module est utilisé en script ou en bibliothèque.
- Astuce : le script principal est appelé `__main__` par Python.

module.py

```
def carré(x):
    return x*x

if __name__ == '__main__':
    print('> [script principal]')
else:
    print('> [bibliothèque]')
    print('>', __name__)
```

script.py

```
import module

print('Bonjour')
print(__name__)
```

SHELL

```
olivier@valrose:~ $ python3 module.py
> [script principal]
olivier@valrose:~ $ python3 script.py
> [bibliothèque]
> module
Bonjour
__main__
```

- On peut aussi appeler un script en faisant « `python3 monscript.py` »

Sommaire

- Partie I. Modules
- Partie II. Types abstraits
- Partie III. Créer un type intégré en Python
- Partie IV. Piles
- Partie V. Matrices
- Partie VI. Table des matières

- Qu'est-ce qu'un nombre ?
  - Une longueur ? comme 3 cm.
  - Une quantité d'objets ? trois carottes.
  - Un symbole ? le chiffre arabe « 3 »
  - Un ensemble ? en théorie des ensembles, on a :

$$3 = \left\{ \quad \{\} \quad \{\{\}\} \quad \{\{\}\{\{\}\}\} \quad \right\}$$

- Peu importe : Les nombres se définissent par leur propriétés.
  - on peut leur appliquer des opérations ($+$, $-$, $\times$, $\div$)
  - on peut les ordonner ($\leq$ ou $\geq$)
  - ils vérifient certaines propriétés (distributivité, ensemble infini, etc.)

- Et ceci, quelle que soit la façon dont on les construit mathématiquement.

- Nous avons rencontré différents types : flottants, booléens, listes, tuples…
- Nous voulons travailler maintenant avec des matrices.
  - Mais notre langage ne les a pas prévues (il ne peut pas tout prévoir).
  - Il y a plusieurs façons de définir une matrice (liste, tuple, etc.)
- Nous allons travailler en deux temps :
  - Nous allons créer dans un module un nouveau type abstrait matrice
    - On choisit une façon de définir les matrices.
    - On écrit une collection de fonctions (création, opérations, affichage).
  - Nous allons ensuite utiliser le type abstrait.
    - Nous oublions comment sont codées les matrices.
    - Nous travaillons uniquement avec les fonctions du module.

Type abstrait : matrice 2 × 2

- Matrice 2×2 : 4 nombres (2 lignes, 2 colonnes)
  - Il faut savoir construire une matrice
  - Il faut savoir accéder à ses éléments

$$\begin{pmatrix} m_{0,0} & m_{0,1} \\ m_{1,0} & m_{1,1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

- Les matrices définies comme des tuples

SCRIPT

```
def matrice(a,b,c,d):
    return (a, b, c, d)

def accès(M, li, co): # m_{i,j}
    return M[2 * li + co]
```

SHELL

```
>>> A=matrice(1,2,3,4)
>>> accès(A,1,0)
3
>>> A #comment est construit A
(1, 2, 3, 4)
```

- Les matrices comme listes de listes

SCRIPT

```
def matrice(a,b,c,d):
    return [[a,b],[c,d]]

def accès(M, li, co): # m_{i,j}
    return M[li][co]
```

SHELL

```
>>> A=matrice(1,2,3,4)
>>> accès(A,1,0)
3
>>> A #comment est construit A
[[1, 2], [3, 4]]
```

- Conclusion :
  - Il n'y a pas une unique représentation concrète des matrices abstraites.
  - Le concept de matrice est défini par un ensemble de fonctions
    - ici `matrice(…)` et `accès(…)`
  - Si je veux définir de nouvelles fonctions ; je n'utilise que ces deux-là.

SCRIPT

```
import matrice

def trace(M):
    a=matrice.accès(M, 0, 0)
    d=matrice.accès(M, 1, 1)
    return a+d

def déterminant(M):
    a=matrice.accès(M, 0, 0)
    b=matrice.accès(M, 0, 1)
    c=matrice.accès(M, 1, 0)
    d=matrice.accès(M, 1, 1)
    return a*d - b*c
```

matrice.py

```
def matrice(a,b,c,d):
    return [[a,b],[c,d]]

def accès(M, li, co): # m_{i,j}
    return M[li][co]
```

2 fichiers possibles.

matrice.py

```
def matrice(a,b,c,d):
    return (a, b, c, d)

def accès(M, li, co): # m_{i,j}
    return M[2 * li + co]
```

- En dehors du module, on ignore la représentation concrète des matrices
- on en fait abstraction.

Usages et avantages des types abstrait

- Il y a deux acteurs dans notre histoire :
  - Le développeur qui écrit le module
  - L'utilisateur qui fait appel aux fonctions du module.
  - Entre les deux il y a le type abstrait (ici matrice 2×2)
- L'interface définit un type abstrait
  - Elle doit être documentée.
  - C'est le nom des fonctions et ce qu'elles font (sémantiques)
  - Elle ne doit jamais changer !
- Le développeur fait le choix de la structure.
  - Il écrit les fonctions de l'interface
  - Il peut modifier la structure (pour gagner en efficacité par exemple)
  - Il ne doit pas toucher à l'interface.
- L'utilisateur écrit des algorithmes/programmes en utilisant l'interface
  - Une documentation suffit, avec la complexité des fonctions.
  - Il n'a pas à se soucier des changements faits par le développeur
  - Il ne doit pas utiliser la structure interne.

- Python n'offre pas les nombres rationnels exacts (fractions).
  - Créons un type abstrait correspondant !
- Mathématiquement on représente un rationnel par une fraction $\frac{p}{q}$
  - avec $q > 0$
  - et $\text{pgcd}(p, q) = 1$ (la fraction est irréductible)
- Informatiquement, on choisit de les représenter par un couple d'entier
  - le numérateur p et le dénominateur q,
  - les mêmes conditions mathématiques doivent être vérifiées.
- Que mettre dans notre module ?
  - Les fonctions qui ont besoin d'utiliser la structure interne
  - Ces fonctions formeront l'interface
  - Les autres fonctions n'utiliseront que l'interface indépendamment de la structure interne

rationnel.py

```
import math

# pour créer le rationnel p/q avec p et q entiers
def rationnel(p, q):
    if q == 0:
        raise ValueError('dénominateur nul !')
    if q < 0:
        (p, q) = (-p, -q)
    g = math.gcd(p, q) # ici, q est forcément > 0
    return (p//g, q//g) # on simplifie la fraction

def numérateur(r):
    return r[0]

def dénominateur(r):
    return r[1]

def représ(r): # la représentation externe de r
    if r[0] == 0: return '0'
    if r[1] == 1: return str(r[0])
    return str(r[0]) + "/" + str(r[1])
```

- Définissons maintenant l'addition sur les rationnels.

SCRIPT
```
import rationnel

def addition_rationnel(a,b):
    pa = rationnel.numérateur(a)
    qa = rationnel.dénominateur(a)
    pb = rationnel.numérateur(b)
    qb = rationnel.dénominateur(b)
    return rationnel.rationnel(pa*qb + qa*pb,qa*qb)
```

- On teste notre fonction

SHELL
```
>>> from rationnel import *
>>> r1 = rationnel(6, -4)
>>> r2 = rationnel(1, 3)
>>> r3 = addition_rationnel(r1, r2)
>>> print(représ(r1),  "+",  représ(r2), "=", représ(r3))
-3/2 + 1/3 = -7/6
```

- Nul besoin de se soucier de la simplication des fractions !

Remarque sur les types abstraits

- Malheureusement on a toujours accès à la structure interne.

SHELL
```
>>> print(r1)
(-3, 2)
>>> print(représ(r1))
-3/2
```

- Python permet de faire des choses plus propres
  - écrire `r1 + r2` directement (au lieu d'une fonction `addition`)
  - rendre invisible la structure interne de `r1`
  - faire en sorte que `print(r1)` utilise la fonction `représ`
  - définir un nouveau type `rationnel`

- Mais Python utilise pour cela le formalisme de la programmation objet
  - C'est l'objet de la partie suivante (la méthode utilisée sera plutôt classe)

- Les principes vus restent valides quel que soit le langage
  - La programmation objet n'est qu'une généralisation de ces principes
  - Les autres langages (objet ou non) ont tous des mécanismes similaires

Sommaire

- Partie I. Modules
- Partie II. Types abstraits
- Partie III. Créer un type intégré en Python
- Partie IV. Piles
- Partie V. Matrices
- Partie VI. Table des matières

- Créons une classe `Rationnel` pour que le type soit intégré à Python.

rationnels.py

```
import math

class Rationnel:
    def __init__(self,p,q):
        if q == 0:
            raise ValueError('dénominateur nul !')
        elif q < 0:
            (p, q) = (-p, -q)
        g = math.gcd(p, q) # ici, q est forcément > 0
        self.numérateur=p//g
        self.dénominateur=q//g # on simplifie la fraction
```

SHELL

```
>>> from rationnels import *
>>> a = Rationnel(10,20)
>>> a
<rationnels.Rationnel object at 0x7f3d3c9cfd50>
>>> print(a)
<rationnels.Rationnel object at 0x7f3d3c9cfd50>
```

rationnels.py

```
class Rationnel:
    def __init__(self,p,q): #...

    def __repr__(self):
        if self.dénominateur == 1:
            return str(self.numérateur)
        else:
            p=self.numérateur
            q=self.dénominateur
            return str(p) + "/" + str(q)
```

SHELL

```
>>> a = Rationnel(10,20)
>>> a
1/2
>>> print(a)
1/2
>>> type(a)
<class 'rationnels.Rationnel'>
```

rationnels.py

```
class Rationnel:
    def __init__(self,p,q): #...

    def __repr__(self): #...

    def __getitem__(self,i):
        if i==0:
            return self.numérateur
        elif i==1:
            return self.dénominateur
        else:
            raise IndexError("L'indice doit être 0 ou 1")
```

SHELL

```
>>> (a[0],a[1]) # Rappel : a = Rationnel(10,20)
(1, 2)
>>> a[2] # a.__getitem__(2)
Traceback (most recent call last):
  File "<console>", line 1, in <module>
  File "rationnels.py", line 31, in __getitem__
    raise IndexError("L'indice doit être 0 ou 1")
IndexError:  L'indice doit être 0 ou 1
>>> a[0]=3
Traceback (most recent call last):
  File "<console>", line 1, in <module>
TypeError:  'Rationnel' object does not support item
assignment
```

rationnels.py

```
class Rationnel:
    def __init__(self,p,q): # ...

    def __repr__(self): # ...

    def __getitem__(self,i): # ...

    def __add__(self,r):
        if type(r)==float:
            return self[0]/self[1]+r
        if type(r)==int:
            r = Rationnel(r,1)
        d  = self[1] * r[1]
        n1 = self[0] * r[1]
        n2 = r[0] * self[1]
        return Rationnel(n1+n2,d)
```

SHELL

```
>>> (a,b,c,d) =(Rationnel(1,2), Rationnel(3,4), 1, 1.0)
>>> print(a, "+", b, "=", a+b) # ratio. + ratio. = ratio.
1/2 + 3/4 = 5/4
>>> print(a, "+", c, "=", a+c) # ratio. +  int   = ratio.
1/2 + 1 = 3/2
>>> print(a, "+", d, "=", a+d) # ratio. + float  = float
1/2 + 1.0 = 1.5
```

- `a+1` est remplacé par `a.__add__(1)`
- `1+a` est remplacé par défaut par `1.__add__(a)`
  - non définie pour `a` rationnel.
- Pour définir l'addition à droite, il faut une nouvelle méthode.

rationnels.py

```
class Rationnel:
    def __init__(self,p,q): # ...

    def __repr__(self): # ...

    def __getitem__(self,i): # ...

    def __add__(self,r): # ...

    def __radd__(self,r):
        return self.__add__(r)
```

SHELL

```
>>> a = Rationnel(3,4)
>>> a+1 # remplacé par a.__add__(1)
7/4
>>> 1+a # remplacé par a.__radd__(1)
7/4
```

Voici les principales possibilités offertes par Python.

- Attention : chaque nom de méthode commence et se termine par `__`
- Pour les curieux, qui veulent allez plus loin (à vous de chercher le détail).
- Il en existe encore beaucoup d'autres

- Pour l'affichage :
  - `repr` (affichage dans le toplevel),
  - `str` (affichage avec `print`)

- Les opérations :
  - `add` (`+`), `sub` (`-`), `mul` (`*`), `floordiv` (`/`), `truediv` (`//`), `mod` (`%`), `pow` (`**`)
  - Pour définir `b+a` où `b` n'est pas un objet du même type
  - `radd` (`+`), `rsub` (`-`), ... , `rpow` (`**`)

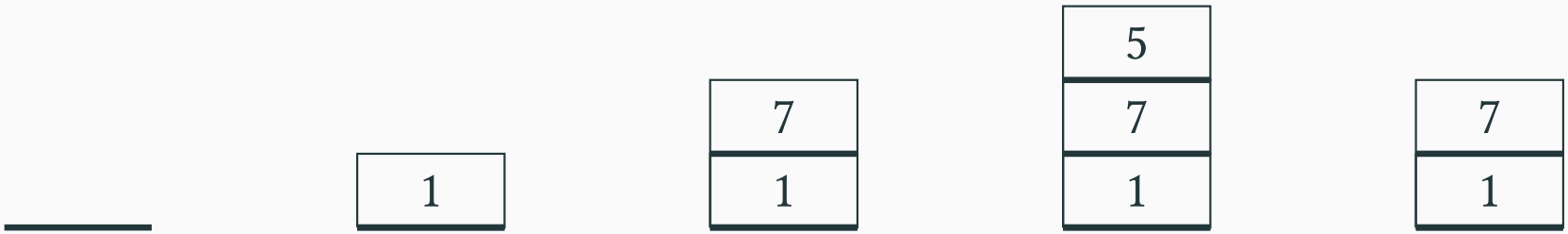
- Les comparaisons :
  - `lt` (`<`), `le` (`<=`), `eq` (`==`), `ne` (`!=`), `gt` (`>`), `ge` (`>=`)

- Pour créer ses propres séquences :
  - `getitem` (`a[i]`), `setitem` (`a[i]=x`), `len` (`len(a)`)
  - `iter`, `next` pour la syntaxe `for e in a`

Sommaire

- Partie I. Modules
- Partie II. Types abstraits
- Partie III. Créer un type intégré en Python
- Partie IV. Piles
- Partie V. Matrices
- Partie VI. Table des matières

- La pile est un type de structure, comme le tuple ou la liste, très utilisé en informatique.



- Fonctionnement :
  - Au début la pile est vide
  - On empile 1
  - On empile 7
  - On empile 5
  - On dépile 5
  - À la fin le sommet vaut 7

Implémentation du type abstrait

- On utilise une liste comme structure interne

pile.py

```
PileErreur=ValueError('Pile vide')

def nouvelle_pile():
    return []

def empile(L,e):
    L.append(e)

def dépile(L):
    if L == []: raise PileErreur
    return L.pop()

def sommet(L):
    if L == []: raise PileErreur
    return L[len(L)-1]

def est_vide():
    return L==[]
```

SHELL

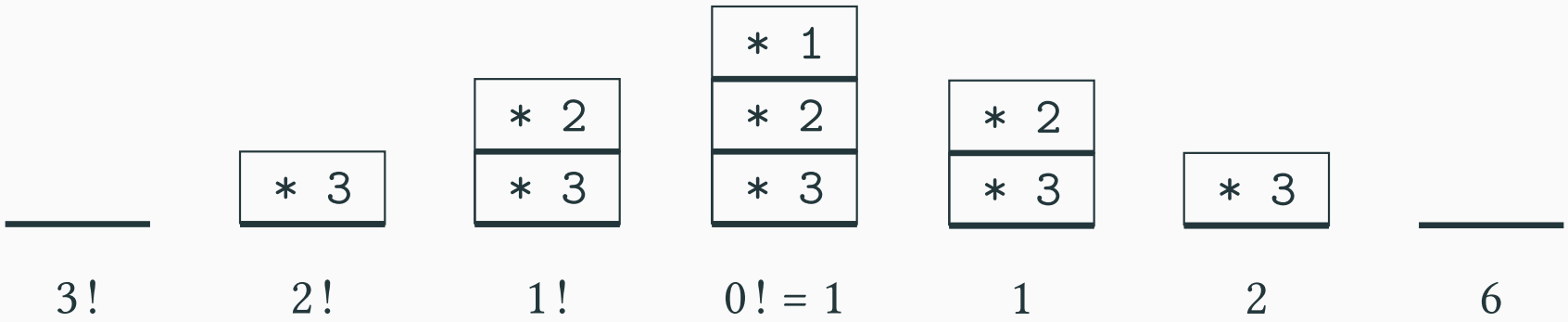
```
>>> import pile
>>> P = pile.nouvelle_pile()
>>> pile.empile(P,3)
>>> pile.sommet(P)
3
>>> pile.dépile(P)
3
>>> pile.sommet(P)
Traceback (most recent call last):
  File "<console>", line 1, in
<module>
  File "pile.py", line 13, in
sommet
    if L == []: raise PileErreur
                ^^^^^^^^^^^^^^^^

ValueError:  Pile vide
```

À quoi servent les piles ?

- Les piles sont souvent utiles pour stocker des calculs intermédiaires.
- Typiquement pour le calcul de la factorielle.
  - Il faut calculer `fact(n-1)` avant de faire le `* n`
  - On met les calculs « `* n` » dans la pile.
  - et dès qu'on tombe sur `0!` on dépile et applique les calculs

SCRIPT

```
def fac(n):
    if n == 0:
        return 1
    else:
        return fac(n - 1) * n
```



- Le véritable mécanisme fonctionne aussi avec des piles : cours 6 partie v

À quoi servent les piles

- Gérer des appels de fonctions
- Gérer des historiques
- Calculer :
  - Pour calculer expr1 + expr2
  - Je calcule récursivement expr1 et j'empile le résultat
  - Je calcule récursivement expr2 et j'empile le résultat
  - Je dépile deux fois et ajoute les valeurs.
- Parcourir des arbres et des graphes

Sommaire

- Partie I. Modules
- Partie II. Types abstraits
- Partie III. Créer un type intégré en Python
- Partie IV. Piles
- Partie V. Matrices
- Partie VI. Table des matières

- Nous avons représenté une matrice 2×2 par une liste de listes.
- Généralisons cette idée aux matrices $m \times n$ (m lignes et n colonnes).

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{0,0} & A_{0,1} \\ A_{1,0} & A_{1,1} \\ A_{2,0} & A_{2,1} \end{pmatrix}$$

SHELL
```
>>> A = [[0, 1], [1, 2], [2, 3]]
>>> len(A)
3
>>> (A[0], len(A[0]))
([0, 1], 2)
>>> A[2][1]
3
```

- Les lignes et colonnes sont numérotées à partir de 0.
  - `len(A)` donne le nombre de lignes (hauteur)
  - `len(A[0])` donne le nombre de colonnes (largeur)
  - `A[li]` donne la ligne d'indice li
  - `A[li][co]` donne le coefficient à la ligne `li` et à la colonne `co` : $A_{li,co}$
  - et pour la colonne d'indice `co` ?

SCRIPT
```
def dimensions(A): # Fonction utile pour la suite
    return (len(A),len(A[0])) # nombre de lignes et de colonnes
```

- On ne peut accéder directement qu'aux lignes.
- Comment accéder aux colonnes ?

SCRIPT
```
def colonne(A, co):
    res = []
    for li in range(len(A)):
        res.append(A[li][co])
    return res
```

- En plus pythonesque, en utilisant les compréhensions de listes.

SCRIPT
```
def colonne(A, co):
    return [A[li][co] for li in range(len(A))]
```

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

SHELL
```
>>> A = [[0, 1], [1, 2], [2, 3]]
>>> len(A)
3
>>> colonne(A,0)
[0, 1, 2]
>>> colonne(A,1)
[1, 2, 3]
```

- Comment déterminer si un objet Python est une matrice ?
  - c'est une liste de listes
  - Les lignes et les colonnes doivent être non vides
  - toutes les colonnes ont la même taille

SCRIPT
```
def est_matrice(A):
    # A doit être une liste non-vide
    if type(A) != list or A==[]:
        return False
    # A[0] doit être une liste non-vide
    if type(A[0]) != list or A[0]==[]:
        return False
    #Toutes les lignes doivent être des listes de même taille
    for ligne in A:
        if type(ligne) != list or len(ligne) != len(A[0]):
            return False
    return True
```

SHELL
```
>>> est_matrice([])
False
>>> est_matrice([[],[],[]])
False
>>> est_matrice(12)
False
```

SHELL
```
>>> est_matrice([1,2,3])
False
>>> est_matrice([[1,2],[3,4],[5,6]])
True
>>> est_matrice([[1,2],[3],[5,6]])
False
```

- Une matrice nulle est une matrice ne contenant que des 0

SCRIPT

```
def matrice_nulle(n,m):
    A=[]
    for ligne in range(n):
        L=[]
        for colonne in range(m):
            L.append(0)
        A.append(L)
    return A
```

Matrice 2×3 nulle :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Une matrice identité est une matrice carrée contenant des 1 sur la diagonale et des 0 ailleurs.

SCRIPT

```
def matrice_identité(n):
    A = matrice_nulle(n,n)
    for i in range(n):
        A[i][i]=1
    return A
```

Matrice identité 4×4 :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Exercice : écrire ces fonctions en une ligne avec des compréhensions de liste

Calcul de l'opposé

- L'opposé d'une matrice est formé des opposés des élèments initiaux.

$$\text{L'opposé de } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \text{ est } \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

- Comment rédiger un tel programme ?
  - On crée une matrice nulle de la bonne taille
  - On y affecte ensuite les bonnes valeurs

SCRIPT

```
def opposé(A):
    (n,m) = dimensions(A)
    B = matrice_nulle(n,m)
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            B[i][j] = - A[i][j]
    return B
```

- On est obligé de partir d'une nouvelle matrice.
  - En effet si j'écris B=A, toute modification de B affectera A.
  - Voir le cours 5 sur la gestion de la mémoire concernant les listes.

- La trace d'une matrice est la somme des éléments diagonaux.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

La trace de A vaut $1+6+2+7=16$

- Le concept n'a de sens que dans une matrice carrée

SCRIPT

```
def trace(A):
    (n,m)=dimensions(A)
    if n != m :
        raise ValueError('Trace : matrice non carrée')
    tr = 0
    for i in range(n):
        tr = tr + A[i][i]
    return tr
```

- On peut ajouter deux matrices coefficient par coefficient
  - les matrices doivent être de même dimensions.

$$\begin{pmatrix} 30 & 1 & 20 \\ 3 & 11 & 50 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 60 & 3 \\ 20 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 & 61 & 23 \\ 23 & 10 & 57 \end{pmatrix}$$

SCRIPT

```
def somme(A,B):
    (n,m) = dimensions(A)
    if (n,m) != dimensions(B):
        raise ValueError('Dimensions incompatibles')
    C = matrice_nulle(n,m)
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            C[i][j] = A[i][j] + B[i][j]
    return C
```

Calcul du produit

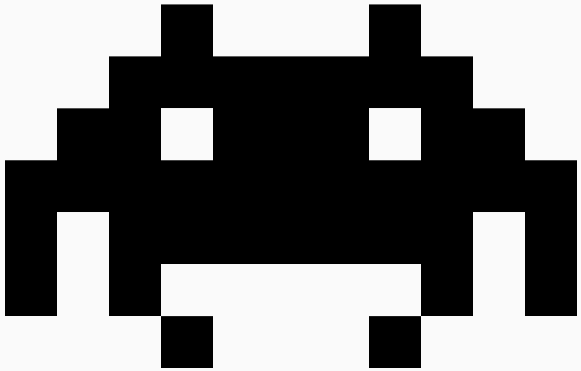
- On peut multiplier deux matrices entre elles [Wikipédia]
  - la longueur de la première doit être égale à la hauteur de la deuxième
  - On pose N ce nombre en commun.
  - La matrice produit $M = AB$ est définie par $M_{i,j} = \sum_{k=1}^{N} A_{i,k} \times B_{k,j}$

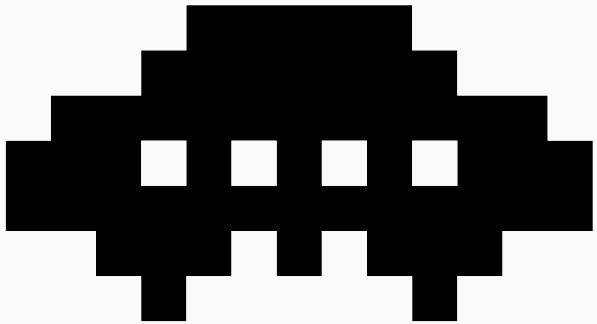
SCRIPT

```
def coefficient_produit(A,B,i,j):
    (n,m)=dimensions(A)
    c = 0
    for k in range(n):# de 0 à n-1 (et non comme en math de 1 à n)
        c = c + A[i][k]*B[k][j]
    return c

def produit(A,B):
    (la,ca) = dimensions(A) ; (lb,cb) = dimensions(B)
    if lb != ca:
        raise ValueError('Dimensions incompatibles')
    C = matrice_nulle(la,cb)
    for i in range(la):
        for j in range(cb):
            C[i][j] = coefficient_produit(A,B,i,j)
    return C
```

- On utilise une sous-fonction pour éviter d'avoir trop de `for` imbriqués.

- Une image est un tableau de pixels.
- Un pixel (en noir et blanc) ne peut avoir que deux valeurs :
  - 0 : pixel blanc
  - 1 : pixel noir
- Une image pourra donc être représentée par une matrice de 0 et de 1





- Voir TP !

Merci pour votre attention
Questions

?

Cours 7 — Modules et types abstraits

Partie I. Modules

Les modules en Python

Exemple de module (1/2)

Exemple de module (2/2)

Portée des variables entre modules

L'instruction `import` …

L'instruction `from` … `import` …

L'instruction `from` … `import` … `as` …

Résumé

Utilisation en ligne de commande

Script principal ou bibliothèque ?

Partie II. Types abstraits

L'abstraction

Quel rapport avec la programmation ?

Type abstrait : matrice 2 × 2

Abstraction et modules

Usages et avantages des types abstrait

Les nombres rationnels : définition

Les nombres rationnels : implémentation

Les nombres rationnels : usage

Remarque sur les types abstraits

Partie III. Créer un type intégré en Python

Le module Rationnels

Affichage

Indexation

Addition

Addition externe à droite

Résumé

Partie IV. Piles

Le type abstrait Pile

Implémentation du type abstrait

À quoi servent les piles ?

À quoi servent les piles

Partie V. Matrices

Définitions

Extraire une colonne

Reconnaître une matrice

Quelques matrices particulières

Calcul de l'opposé

Calcul de la trace

Calcul de la somme

Calcul du produit

Application : images bitmaps

Partie VI. Table des matières

Licence