

Durée : 1h30

Une feuille manuscrite recto autorisée

Note :

--

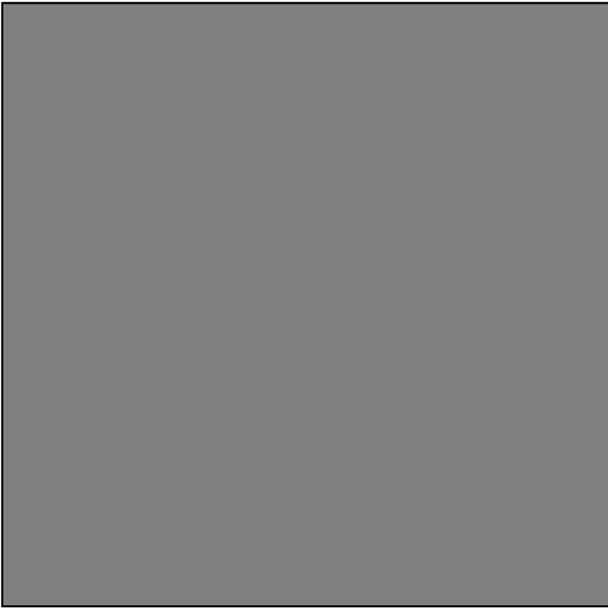
Nom : _____
Prénom : _____

Exercice 1 : (3 points) Codes CRC

Voici un code CRC de degré $r = 3$ défini par son polynôme générateur $P_g = x^3 + x^2 + 1$.

1. On souhaite coder le message $m = 100101$. Commencez par mettre le message m sous la forme du polynôme P_m . Calculez le polynôme P_c obtenu par division de polynômes et déduisez-en le message codé c obtenu par ajout de redondance à m (*détaillez les étapes du calcul dont la division*).

2. On reçoit le message codé $c' = 1100101$. Contrôlez si c' est valide ou non ? Si oui, ôtez lui sa redondance afin de retrouver le message m' initial.



Exercice 2 : (4 points) Code d'Huffman

Voici la distribution de probabilités d'une source Ω que l'on se propose de coder en binaire :

Symbole	Proba. d'apparition	Mot de code
a	0,25	...
b	0,20	...
c	0,05	...
d	0,20	...
e	0,25	...
f	0,05	...

1. Calculez l'entropie de cette source Ω en rappelant la formule au préalable.

2. Construisez et dessinez (en haut à droite de cette page) un arbre d'Huffman afin d'attribuer à chaque symbole son mot de code. (*on demande en prime ici que la probabilité des fils gauches n'excède pas celle des fils droits*).
3. Remplissez la dernière colonne de la table en attribuant à chaque symbole de la source Ω le mot de code lui correspondant.
4. Calculez la longueur moyenne pondérée des mots du code puis prouvez l'optimalité de votre code d'Huffman.

5. A quelle famille de codes appartiennent les codes d'Huffman ? Pourquoi ?

Exercice 3 : (5 points) Code de Hamming On considère le code de Hamming entièrement spécifié par la matrice de contrôle H suivante :

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Le récepteur reçoit le message $\mathcal{R} = 1100001$. Vérifiez si le message reçu \mathcal{R} est bien celui qui a été transmis.

2. Le cas échéant, proposez une correction de \mathcal{R} qui corresponde au message \mathcal{T} réellement transmis.

3. Trouvez la matrice génératrice G de ce même code de Hamming qui est entièrement conditionné par la matrice de contrôle H .

4. Déduisez-en la valeur du message $\mathcal{M} = x_1x_2x_3x_4$ codé en le message \mathcal{T} par ajout de redondance.

5. Expliquez en quoi un tel $(7, 4)$ -code de Hamming est un code linéaire *parfait*.
