Université Côte d'Azur 2026–2027
L3 Info – L3 Math-Info

Automates & Langages

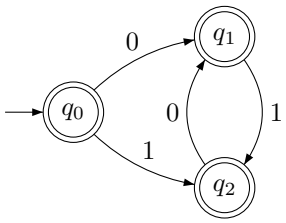
Contrôle continu du 19 octobre

Nom :
Prénom :

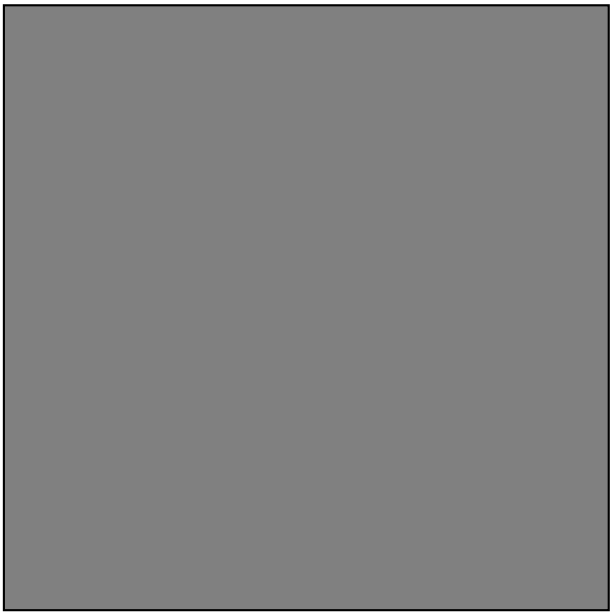
Durée : 1h30
Aucun document autorisé.

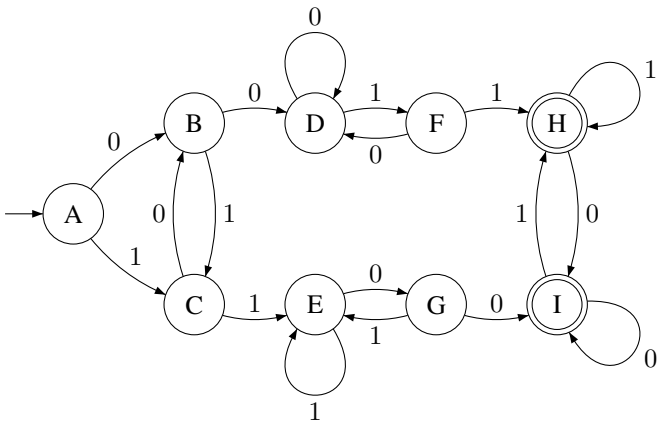
Note :

Exercice 1 : (4 points) On considère l'automate fini $\mathcal{A} = (\Sigma, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_2\})$ représenté ci-dessous :



1. A droite du schéma, posez le système d'équations correspondant à l'automate. Les inconnues seront des expressions régulières Y_0, Y_1 et Y_2 décrivant le langage associé à chacun des états.
2. Résolvez ce système et déduisez-en une expression régulière pour le langage $L(\mathcal{A})$.





Exercice 2 : (4 points)

1. Appliquez l'algorithme de minimisation à l'automate $\mathcal{A}$ de la figure ci-dessus afin de trouver l'automate minimal $\mathcal{M}$ équivalent.

2. Dessinez l'automate minimal $\mathcal{M}$ obtenu.

3. Donnez *de visu* une expression régulière pour le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}$. Aucun algorithme spécifique n'est à appliquer, il faut comprendre quels sont les mots du langage $L(\mathcal{A})$.

Exercice 3 : (4 points) Considérons les quatre grammaires suivantes :

$G_1 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P_1, S)$ $P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S \to \varepsilon \mid 0A \mid 1B \\ A \to S\,0 \\ B \to S\,1 \end{array} \right\}$	$G_2 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P_2, S)$ $P_2 = \left\{ \begin{array}{l} S \to 0S \mid 1A \\ A \to 0 \mid 0B \mid 1A \\ B \to 1A \mid 0S \end{array} \right\}$
$G_3 = (\{S\}, \{0, 1\}, P_3, S)$ $P_3 = \left\{ \begin{array}{l} S \to 1 \mid S1 \\ S \to 0SS \mid S0S \mid SS0 \end{array} \right\}$	$G_4 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P_4, S)$ $P_4 = \left\{ \begin{array}{l} S \to 0B \mid 1A \\ A \to 0 \mid 0S \mid 1AA \\ B \to 1 \mid 1S \mid 0BB \end{array} \right\}$

Retrouvez pour chaque grammaire précédente son langage parmi les 8 suivants :

L_1 : mots finissant par 10	L_5 : mots de Dyck sur l'alphabet $\{0, 1\}$
L_2 : mots ayant plus de 0 que de 1	L_6 : mots finissant par 01
L_3 : palindromes de longueur paire	L_7 : mots ayant plus de 1 que de 0
L_4 : mots ayant autant de 0 que de 1	L_8 : palindromes de longueur impaire

$L(G_1) = \ldots\ldots\ldots$ $L(G_2) = \ldots\ldots\ldots$ $L(G_3) = \ldots\ldots\ldots$ $L(G_4) = \ldots\ldots\ldots$

Exercice 4 : (4 points) Le langage de Dyck $\mathcal{D}$ est le langage sur l'alphabet $\{(,)\}$ des parenthèsages convenablement constitués. On peut le considérer sur l'alphabet $\{0, 1\}$ en identifiant la parenthèse ouvrante à 0 et la fermante à 1.

1. Démontrez à l'aide du lemme de l'étoile que le langage de Dyck sur l'alphabet $\{0, 1\}$ n'est pas rationnel.

2. Donnez une grammaire $G(N, T, P, S)$ pour engendrer le langage de Dyck.

Exercice 5 : (4 points) On se place sur l'alphabet binaire et on s'intéresse au langage L décrit par l'expression régulière suivante :

$$0 + 1(0 + 1)^*0$$

1. Construisez l'automate minimal $\mathcal{A}$ reconnaissant le langage L par la méthode des résiduels en détaillant le calcul menant aux états puis dessinez l'automate obtenu.

2. Déduisez de l'automate $\mathcal{A}$ une grammaire régulière à droite pour L :

3. Expliquez *en français* ce que sont les mots de L.