

**Exercice 2 : (4 points)** Considérons l'automate fini déterministe  $\mathcal{A}$  représenté ci-dessus.

1. Construisez puis dessinez l'automate minimal  $\mathcal{M}$  obtenu en minimisant l'automate  $\mathcal{A}$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

2. Trouvez une grammaire régulière pour engendrer le langage  $L(\mathcal{A})$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

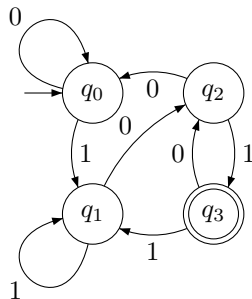
---

3. Quels sont les mots reconnus par l'automate  $\mathcal{A}$  ?

---

---

**Exercice 3 : (4 points)** On se place sur l'alphabet binaire  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Soit l'automate fini minimal  $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$  où  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$  et  $F = \{q_3\}$ . La fonction  $\delta$  se déduit aisément du schéma suivant :



1. Posez le système d'équations correspondant à  $\mathcal{A}$ , les inconnues étant des expressions régulières pour chacun des langages associés à un état.

---



---



---



---



---

2. Résolvez ce système afin de trouver une expression régulière décrivant le langage  $L(\mathcal{A})$ .

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

3. Donnez une description en français du langage  $L(\mathcal{A})$ .

---



---

**Exercice 4 : (4 points)** On se place sur l'alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Montrez à l'aide du lemme de l'étoile que le langage  $K$  suivant n'est pas rationnel :

$$K = \{mm, m \in \{0, 1\}^*\}$$

