Université Côte d'Azur — L3 Info, L3 MI, L3 ST
Automates & Langages — 2024–25

TD n° 7

Grammaires hors-contexte (suite)

Exercice 1) Considérons la grammaire hors-contexte G suivante :

Grammaire G

Axiome = S
N = {S}
T = {0, 1}
P = { S → 0 | 0 S
S → 1 S S | S 1 S | S S 1 }

1. Cette grammaire est-elle ambiguë ? Si oui, donnez deux arbres de dérivation distincts pour un même mot de $L(G)$.
2. Cette grammaire est déjà *propre* (elle ne contient ni ε-transitions, ni renommages, ni symboles improductifs). Transformez G en une grammaire G' équivalente sous Forme Normale de Chomsky.
3. Procédez à l'analyse du mot 001010 par l'algorithme de Cocke, Younger et Kasami (CYK). S'il appartient au langage $L(G)$, déduisez-en un arbre de dérivation de ce mot pour la grammaire G'.
4. Listez tous les facteurs du mot 001010 qui appartiennent au langage $L(G)$.
5. Finalement, quel est le langage engendré par la grammaire G ?

Exercice 2) Considérons la grammaire G suivante :

Grammaire G

Axiome = S
N = {S, X, Y, Z, T}
T = {0, 1, 2}
P = { S → X Y | Z T
X → 0 X 1 | 0 1
Y → 2 | Y 2
Z → 0 | Z 0
T → 1 T 2 | 1 2 }

1. Procédez à l'analyse du mot 001122 par l'algorithme de Cocke, Younger et Kasami (CYK) après avoir mis G sous Forme Normale de Chomsky.
2. Ce mot 001122 appartient-il au langage $L(G)$? Possède-t-il des facteurs dans $L(G)$? Quel est le langage engendré par la grammaire G ?
3. La grammaire G initiale est-elle ambiguë ? Pourquoi ?

Exercice 3) Soient L et L' deux langages hors-contexte quelconque. Indiquez si les langages suivants sont hors-contexte ou pas :

1. l'union $L \cup L'$
2. le produit $L \cdot L'$
3. le miroir : L^R
4. le langage L^*
5. le complémentaire $\overline{L}$
6. l'intersection $L \cap L'$
7. la différence $L \setminus L'$.

Exercices complémentaires

Exercice 4) Considérons ci-dessous à gauche la grammaire hors-contexte G *(on note le terminal 'ε' entre ' ' afin de le distinguer du mot vide habituel ε)* :

Grammaire G

Axiome = S
N = {S}
T = {∅, 'ε', 0,1,(,),+, *}
P = { S → ∅ | 'ε' | 0 | 1
S → (S + S)
S → (S S)
S → S * }

1. Quel est l'ensemble bien connu $L(G)$ engendré par la grammaire G ?
2. Mettez la grammaire G sous forme normale de Chomsky
3. Analysez le mot $(\,(\,0\,+\,1\,)^*\,0\,)$ à l'aide de l'algorithme de Cocke, Younger et Kasami (CYK).
4. Dites si le mot $((0+1)^*0)$ appartient à $L(G)$ et énumérez tous ses facteurs dans $L(G)$.

Exercice 5) On considère la grammaire G suivante :

Grammaire G

Axiome = C
N = {C, S, S_1, S_2, A, W, V, U, T}
T = {'begin', 'end', 'pred', 'succ', ' :=', 'while', 'do', ' ;', '<>', '(', ')', '0', 'x', 'y'}
P = { C → 'begin' S_1 'end'
S_1 → S S_2
S_2 → ' ;' S_1 | ε
S → A | W | C
A → V ' :=' T
T → 'pred' (' V ')' | 'succ' (' V ')' | '0'
W → 'while' V '<>' V 'do' S
V → 'x' | 'y' }

Le programme suivant est-il syntaxiquement correct, relativement à la grammaire G précédente ?

```
begin
   while x <> y do
      begin
         x := 0 ;
         y := succ(x) ;
      end
end
```