Université Côte d'Azur | L3 Info, L3 MI, L3 ST
Automates & Langages | 2023–24

TD n° 6

Grammaires hors-contexte

Exercice 1) Trouvez le langage correspondant à chacune des grammaires suivantes :

$G_1 = (\{S\}, \{0,1\}, P_1, S)$ $P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S \to 0S1 \\ S \to SS \\ S \to \varepsilon \end{array} \right\}$	$G_2 = (\{S\}, \{0,1\}, P_2, S)$ $P_2 = \left\{ \begin{array}{l} S \to 0S11 \\ S \to S1 \\ S \to \varepsilon \end{array} \right\}$
$G_3 = (\{S, X\}, \{0,1\}, P_3, S)$ $P_3 = \left\{ \begin{array}{l} S \to 0X \mid 0S \\ X \to S1 \mid 1 \end{array} \right\}$	$G_4 = (\{S\}, \{0,1\}, P_4, S)$ $P_4 = \left\{ \begin{array}{l} S \to 1 \mid 1S \\ S \to 0SS \mid S0S \mid SS0 \end{array} \right\}$

Exercice 2) Considérez les langages suivants, un parmi les quatre n'est pas hors-contexte :

$L_1 = \{w = w^R, w \in \{0,1\}^*\}$;
$L_2 = \{w \in \{0,1\}^*, \mid w \mid_0 = \mid w \mid_1\}$;
$L_3 = \{ww, w \in \{0,1\}^*\}$;
$L_4 = \overline{L_3}$.

1. Trouvez une grammaire hors-contexte pour chaque langage hors-contexte.
2. Dites si cette grammaire vous paraît ambiguë ou pas. Si elle l'est, vous mettrez en évidence un mot avec deux arbres de dérivation distincts.
3. Que conclure de cet exercice ?

Exercice 3) On considère les grammaires G_3 et G_4 de l'Exercice 1 précédent.

1. Vérifiez que ces grammaires sont *propres*.
2. Mettez ces grammaires sous Forme Normale de Chomsky.

Exercices complémentaires

Exercice 4) Considérons la grammaire G suivante :

Grammaire G
Axiome = S
N = {S, K, E, C}
T = {'if', 'then', 'else', '*instructions*', '*condition*'}
P = { S $\rightarrow$ K S
S $\rightarrow$ K S E S
S $\rightarrow$ *instructions*
K $\rightarrow$ 'if' C 'then'
E $\rightarrow$ 'else'
C $\rightarrow$ *condition* }

Cette grammaire G est-elle ambiguë ? Si oui, trouvez une chaîne terminale engendrée de deux façons distinctes.

Exercice 5) Considérons les quatre grammaires hors-contexte suivantes :

$G_1 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P_1, S)$	$G_2 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P_2, S)$
$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 0A \mid 1B \mid \varepsilon \\ A \rightarrow S0 \mid 0 \\ B \rightarrow S1 \mid 1 \end{array} \right\}$	$P_2 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 0A \mid 1S \\ A \rightarrow 0A \mid 1B \mid 1 \\ B \rightarrow 0A \mid 1S \end{array} \right\}$
$G_3 = (\{S\}, \{0, 1\}, P_3, S)$	$G_4 = (\{S, A\}, \{0, 1\}, P_4, S)$
$P_3 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 0S1S \\ S \rightarrow \varepsilon \end{array} \right\}$	$P_4 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 0S \mid 1A \\ A \rightarrow 0A \mid 1S \mid \varepsilon \end{array} \right\}$

Trouvez les langages correspondant aux grammaires précédentes en précisant au passage lesquels sont rationnels.

Exercice 6) On appelle *date* toute expression du type $JJ/MM/AAAA$, comme par exemple :

$$09/10/2023$$

On cherche une grammaire $G = (N, T, P, S)$ afin d'engendrer toutes les dates allant du $01/01/2020$ au $31/12/2023$, sachant que l'année 2020 est bissextile.
L'ensemble des terminaux sera naturellement :

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, /\}$$

1. Donnez votre grammaire G, en précisant ses ensembles N et P (veillez à ne pas grossir inconsidérément leurs cardinaux). L'usage des points de suspension est autorisé que pour les jours.
2. A votre avis, le langage $L(G)$ est-il rationnel ? Pourquoi ?