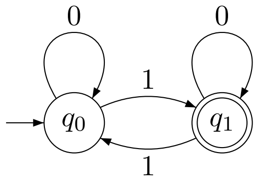
Université Côte d'Azur
Automates & Langages

L3 Info, L3 MI, L3 ST
2023–24

TD n° 2

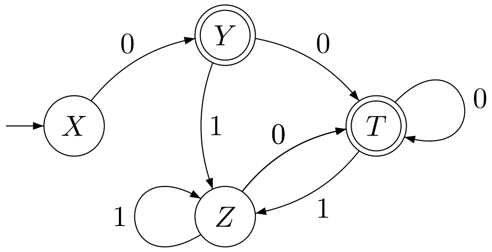
Théorème de Kleene

Exercice 1) $\mathcal{L}$ est le langage sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ reconnu par l'automate déterministe $\mathcal{A}$ suivant :



1. Avez-vous une idée du langage qu'il reconnaît ?
2. Utilisez un système d'équations linéaire afin de trouver une expression régulière pour $\mathcal{L}$.

Exercice 2) Considérons l'automate fini $\mathcal{A}$ défini par le quintuplet $(\Sigma = \{0, 1\}, Q = \{X, Y, Z, T\}, \delta, q_0, F = \{Y, T\})$ avec la relation de transition δ suivante :



1. Posez à droite de l'automate le système d'équations correspondant à $\mathcal{A}$ et dont les inconnues sont des expressions régulières pour les langages associés à chacun des états.
2. Résolvez ce système afin de trouver une expression régulière décrivant le langage $L(\mathcal{A})$.
3. Donnez une description *en français* du langage $L(\mathcal{A})$.

Exercice 3) Considérons l'alphabet binaire $\Sigma = \{0, 1\}$. D'après le cours, l'ensemble des langages sur Σ n'est pas dénombrable. L'ensemble des langages rationnels sur ce même alphabet Σ est-il dénombrable ? Pourquoi ?

Exercices complémentaires

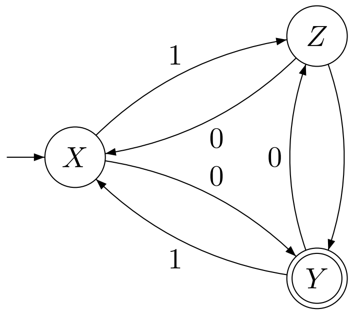
Exercice 4) On se place sur l'alphabet Σ. Etant donné L est un langage rationnel, proposez une méthode pour construire chacun des langages suivants à partir de l'automate fini $\mathcal{A}$ reconnaissant L :

1. l'ensemble $\Sigma^* \setminus L$ complémentaire de L ;
2. l'ensemble *Pref(L)* des préfixes des mots de L.

Exercice 5) Soit L le langage sur l'alphabet $\{a, b, c\}$ dont les mots contiennent toujours les caractères a, b et c dans l'ordre alphabétique.

1. Donnez une expression régulière pour le langage L.
2. Déduisez de l'expression régulière un automate non-déterministe pour reconnaître le langage L. *On ne vous demande pas de réfléchir pour le faire d'emblée déterministe (et ainsi éviter la question 3 ...), on vous demande plutôt d'utiliser des ε-transitions.*
3. Appliquez l'algorithme de déterminisation vu en cours à l'automate précédemment obtenu.

Exercice 6) Considérons l'automate fini $\mathcal{A}$ sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ défini ci-dessous :



1. Posez le système d'équations correspondant à $\mathcal{A}$ et dont les inconnues sont des expressions régulières pour les langages associés à chaque état.
2. Résolvez ce système afin de trouver une expression régulière décrivant le langage $L(\mathcal{A})$.