Programmation impérative en Python

Cours 9. Animations et algorithmes

UNIVERSITÉ
CÔTE D'AZUR

Olivier Baldellon

Courriel : prénom.nom@univ-cotedazur.fr

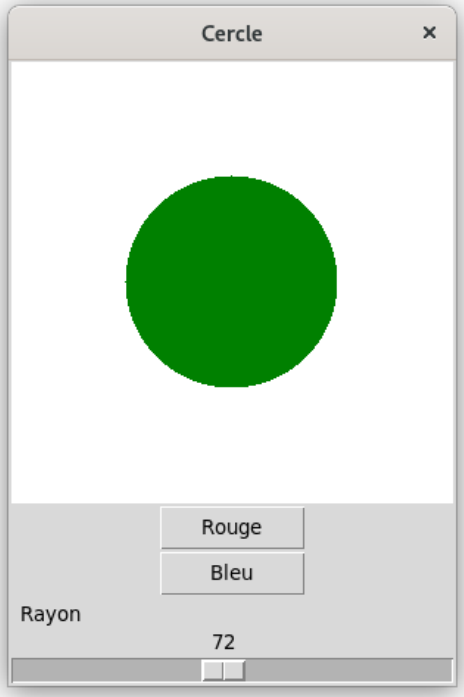
Page professionnelle : https://upinfo.univ-cotedazur.fr/~obaldellon/

Licence 1 — Faculté des sciences et ingénierie de Nice — Université Côte d'Azur

Sommaire

- Partie I. Programmation graphique
- Partie II. Algorithmes
- Partie III. Algorithmes de tri
- Partie IV. Complexité
- Partie V. Algorithmes de recherche
- Partie VI. Crible d'Ératosthène
- Partie VII. Bilan
- Partie VIII. Table des matières

- On souhaite faire une petite animation qui affiche un cercle



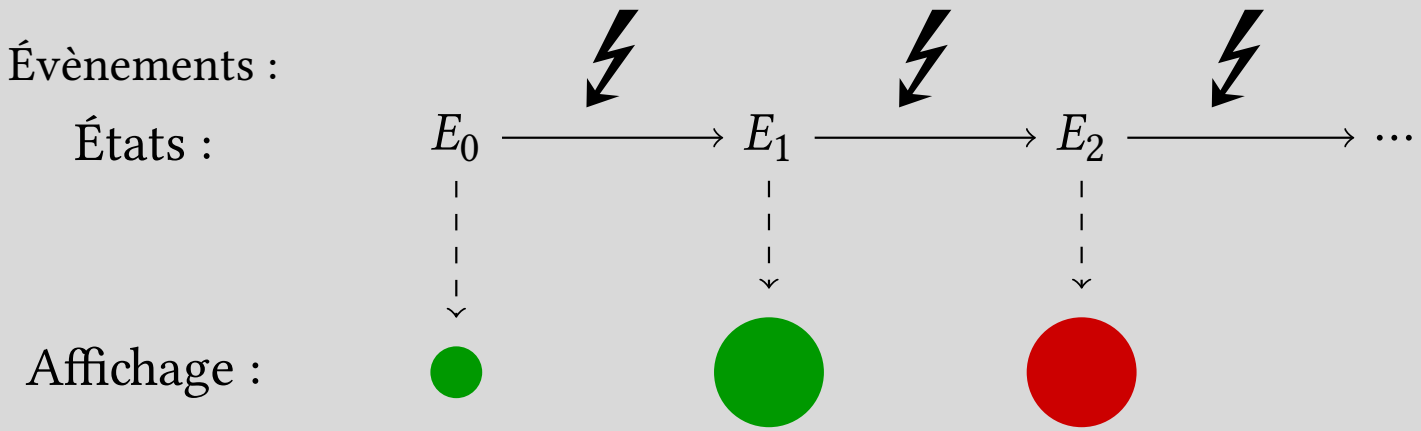
avec

- un bouton pour changer la couleur en rouge
- un autre pour la changer en bleu
- un curseur pour choisir le taille

- Comment programmer une telle interaction avec l'utilisateur ?

- On ne va pas chercher à transformer une image en une autre.
- On va introduire une variable pour définir l'état du système
  - l'état correspond aux paramètres de l'image
  - à partir de l'état, on peut dessiner l'image correspondante
- Lorsque l'utilisateur déclenche un évènement (ex : clic sur bouton)
  - on modifie l'état
  - on efface l'ancienne image
  - on retrace l'image correspondante au nouvel état.

- Ici, l'image ne dépend que de deux paramètres :
  - La couleur du disque
  - La taille du disque
- Il y a trois types d'évènements possibles
  - clic sur le bouton « rouge »
  - clic sur le bouton « bleu »
  - déplacement du curseur
- Au début on initialise l'état et on l'affiche
  - L'utilisateur change le rayon sur le curseur : l'état change et on l'affiche
  - L'utilisateur clique sur le bouton « rouge » : l'état change et on l'affiche
  - etc.



- On stocke l'état dans un objet
  - Avec deux attributs (`couleur` et `rayon`) et une méthode (`affichage`)

SCRIPT

```
class État():

    def __init__(self):
        self.couleur='green'
        self.rayon=Largeur/4
        self.affichage() # On fait le premier affichage

    def affichage(self):
        Dessin.delete('all') # On efface tout
        (x0,y0)=(Largeur//2,Hauteur//2)
        disque(x0,y0,self.rayon,self.couleur)


état=État() # On définit l'état de manière globale
```

- Remarquez que l'on fait appel à la méthode `affichage` dès l'initialisation
- À chaque fois que l'on fait l'affichage :
  - on efface les objets précédents pour ne pas saturer la mémoire

- On crée maintenant des boutons et un curseur
- Ainsi que les fonctions correspondantes aux évènements associés

SCRIPT

```
def rouge(): # Appelée lorsqu'on clique sur Bouton 1
    état.couleur='red'
    état.affichage()

def bleu(): # Appelée lorsqu'on clique sur Bouton 2
    état.couleur='blue'
    état.affichage()

def change_taille(x): # Appelée lorsqu'on bouge le curseur
    état.rayon=int(x)
    état.affichage()

bouton1 = tk.Button(root,text="Rouge",command=rouge,width=9)
bouton2 = tk.Button(root,text="Bleu",command=bleu,width=9)
curseur = tk.Scale(root, orient="horizontal", length=Largeur,
                   label='Rayon',command=change_taille,
                   from_=1, to=Hauteur//2)

curseur.set(état.rayon) # Placement initial du curseur
```

Le code (presque) complet

SCRIPT

```
import tkinter as tk
Hauteur,Largeur = 800,800
root = tk.Tk()
root.title("Cercle")
Dessin = tk.Canvas(root,height=Hauteur,width=Largeur,bg='white')
Dessin.pack()

def disque(x,y,r,c): # (cf cours 4)

class État(): # Définit l'état et la méthode affichage
état=État() # On initialise l'état

def rouge():          #  Les actions associées
def bleu():           #  aux évènements
def change_taille(x):#

bouton1 = # Les éléments de l'interface
bouton2 = # graphiques qui déclencheront
curseur = # les évènements

bouton1.pack() # On les positionne
bouton2.pack() # sur la fenêtre
curseur.pack()

root.mainloop() # À mettre à la fin de chaque programme Tk
```

- Souris

`<Button-1>`	Clic gauche	`<Motion>`	La souris bouge
`<Button-2>`	Clic central	`<Button>`	Clic sur un bouton
`<Button-3>`	Clic droit	`<ButtonRelease>`	Fin d'un clic

- Clavier

`<Up>`	touche ↑	`<Key-a>`	touche a (minuscule)
`<Down>`	touche ↓	`<Key-B>`	touche B (majuscule)
`<Left>`	touche ←	`<KeyPress>`	on appuie sur une touche
`<Right>`	touche →	`<KeyRelease>`	on relâche une touche

- Pour associer l'évènement à une commande :

SCRIPT

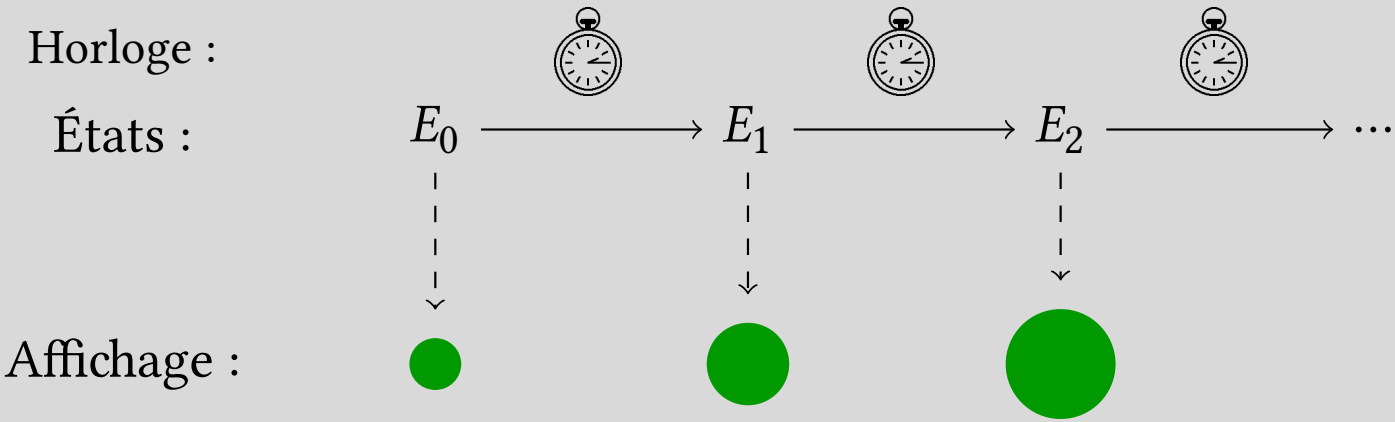
```
def ça_bouge(event): # l'argument est obligatoire
    # Coordonnée et bouton de la souris (Bouton 1, 2 ou 3)
    print(event.x,event.y,event.num)
    # Symbole clavier (a, B, Enter, space)
    print(event.keysym)

root.bind('<Motion>', ça_bouge)
```

- On ajoute trois nouveaux évènements
  - ↑ ou ↓ : le rayon augmente ou diminue
  - Mouvement souris : si on est sur le disque il devient rouge (bleu sinon)

SCRIPT

```
def sur_cercle(x1,y1):
    (x0,y0)=(Largeur/2,Hauteur/2)
    return (x0-x1)**2 +  (y0-y1)**2 < état.rayon**2

def ça_bouge(event):
    if sur_cercle(event.x,event.y): état.couleur='red'
    else:  état.couleur='blue'
    état.affichage()

def plus_grand(event):
    état.rayon = état.rayon+1
    état.affichage()

def plus_petit(event):
    état.rayon = état.rayon-1
    état.affichage()

root.bind('<Motion>', ça_bouge)
root.bind('<Down>', plus_petit)
root.bind('<Up>', plus_grand)
```

- Pour l'instant, l'état évoluait suite à une action de l'utilisateur
  - Les évènements appelaient des fonctions qui modifiaient l'état.
- On veut maintenant que l'état puisse évoluer au cours du temps.
  - On va créer une nouvelle fonction
  - On va appeler cette fonction à intervalle régulier
-  Tic Tac Tic

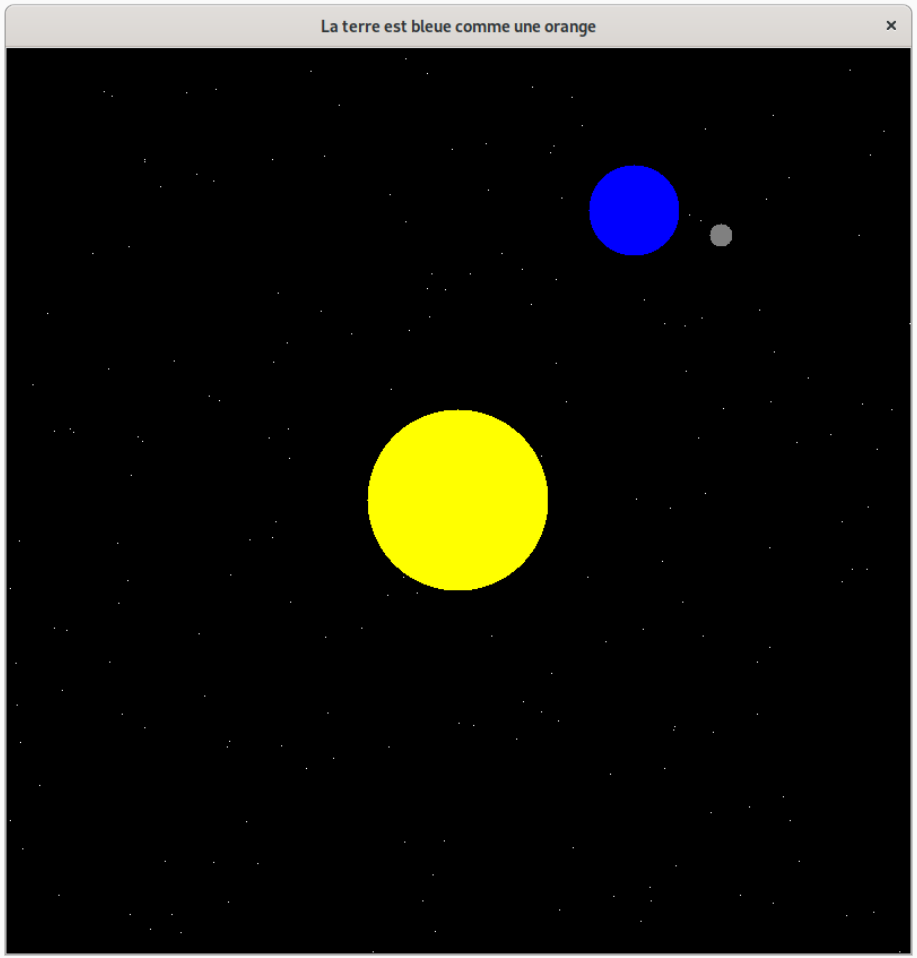


- Le disque donne l'impression de grossir au cours du temps
  - 24 images par seconde donnent l'illusion d'un mouvement continu

- On va rajouter un attribut `self.temps` à notre état.
- Il suffit que notre affichage dépende de `état.temps`.

SCRIPT
```
def tictac():
    état.temps = état.temps+1
    état.affichage()
    Dessin.after(10,tictac)
```

- Pour utiliser `tictac`
  - Il faut le lancer une première fois
  - À chaque étape la fonction incrémente l'attribut `temps` de `état` ...
  - ... et relance l'affichage()
  - Enfin, la fonction demande a être rappelée dans 10 ms.



On cherche à représenter le Soleil, la Terre et la Lune en rotation

- Le tout sur un ciel étoilé
- on rappelle la formule d'un point sur un cercle (cours 4)

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + R\cos(t), \\ y(t) = y_0 + R\sin(t). \end{cases}$$

SCRIPT

```
def rotation(x,y,r,w,t)
    # position d'un point à l'instant t, tournant sur
    # un cercle de centre (x,y) et de rayon r avec une
    # vitesse angulaire w
    return (x + r*cos(-t*w) , y + r*sin(-t*w))
```

SCRIPT

```
class État():
    def __init__(self): # Deux attributs : le temps et une liste d'étoiles
        (L,H) = (Largeur,Hauteur)
        self.étoiles = [(randint(0,L),randint(0,H)) for e in range(200)]
        self.temps=0
        self.affichage()

    def affichage(self):
        Dessin.delete('all') # On efface tout
        for (x,y) in self.étoiles: # Les étoiles
            Dessin.create_rectangle((x-1,y-1),(x+1,y+1),fill='white')

        (x0,y0) = (Largeur//2,Hauteur//2) # Le Soleil
        (x1,y1) = rotation(x0,y0,300,1/100,self.temps) # La Terre
        (x2,y2) = rotation(x1,y1, 80,12/100,self.temps) # La Lune
        disque(x0,y0,80,'yellow')
        disque(x1,y1,40,'blue')
        disque(x2,y2,10,'gray')

def tictac(): # Toutes les 20 ms, on change l'état et on l'affiche
    état.temps = état.temps+1
    état.affichage()
    Dessin.after(20,tictac)

état=État()
tictac() # On lance l'horloge
root.mainloop() # À mettre à la fin de chaque programme Tk
```

- Ce cours n'a pas pour objectif de faire de vous des experts en Tk.
  - le but était de vous montrer les possibilités,
  - de vous expliquer les grands principes (programmation évènementielle)
  - et de vous permettre de continuer seul.
- Écrire des programmes est un excellent moyen de progresser
  - C'est en codant qu'on apprend à programmer
  - Les jeux et animations sont un bon prétexte pour se motiver
- Pour les curieux, il y a le site très complet en français :

`http://pascal.ortiz.free.fr/contents/tkinter/tkinter/`

- Tk est très pratique pour faire des interfaces graphiques complètes
  - Thonny est fait en Tk.
  - Si vous êtes intéressés par les jeux, vous pouvez aussi regarder pygame.

Sommaire

- Partie I. Programmation graphique
- Partie II. Algorithmes
- Partie III. Algorithmes de tri
- Partie IV. Complexité
- Partie V. Algorithmes de recherche
- Partie VI. Crible d'Ératosthène
- Partie VII. Bilan
- Partie VIII. Table des matières

Qu'est-ce qu'un algorithme ?

- On souhaite confier à l'ordinateur la résolution de tâches complexes
  - Recherche de plus courts chemins,
  - Recherche d'un mot dans le dictionnaire,
  - Affichage d'une figure, etc.
- Comment résoudre ce type de tâches ?
  - On peut savoir résoudre spontanément des cas particuliers à la main
  - Mais on cherche des méthodes générales. On parle alors d'algorithme
  - De manière générale, réfléchir avant de coder, est souvent utile.
  - De manière générale, réfléchir est souvent utile.
- Un algorithme est indépendant du langage dans lequel on code :
  - Il ne sera donc pas forcément écrit en Python.
  - Il pourra même être appliqué à la main.
- Il doit être constitué :
  - d'opérations élémentaires non ambigües à suivre pas à pas ;
  - de tests et de prises de décisions.

- En mathématiques, on cherche :
  - À connaître des vérités générales : les théorèmes
  - À trouver des méthodes de calculs, constructions : les algorithmes
- Dès l'Antiquité Euclide faisait déjà la distinction entre :
  - Ce qu'il fallait démontrer
  - Ce qu'il fallait construire (constructions à la règle et au compas)
- Le mot « algorithme » dérive du nom de Al-Khwarizmi.
  - mathématicien perse du IX^{e} siècle.
  - Son *kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wa-l-muqabala* (abrégé de calcul par réduction et comparaison) a donné le mot algèbre
- Depuis l'avénement des ordinateurs, nous avons les outils idéaux pour appliquer les algorithmes.

Complexité des algorithmes

- La vitesse d'exécution d'un programme dépend du nombre d'opérations.
  - Nombre d'additions
  - Nombre de comparaisons
  - Nombre d'écritures en mémoire
- Complexité : nombre d'opérations nécessaires au calcul d'une tâche
  - Elle est exprimée comme une fonction de la taille du problème n
  - n peut être la taille d'une liste
  - n peut être la taille d'une image
  - etc.
- En pratique on ne s'intéresse pas à une formule exacte
  - Si le nombre d'opérations est de la forme : $3 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 125$
  - on notera simplement $O(n^2)$: notation de Landau
  - car ce qui nous intéresse est que ce soit un polynôme du second degré.

- La complexité d'un programme se note $O\big(f(n)\big)$ « Grand Ô de f de n».
- On pose $C(n) = O\big(f(n)\big)$ s'il existe un nombre $k > 0$ tel que :

$$C(n) \leq k \cdot f(n) \quad \text{pour } n \text{ suffisamment grand}$$

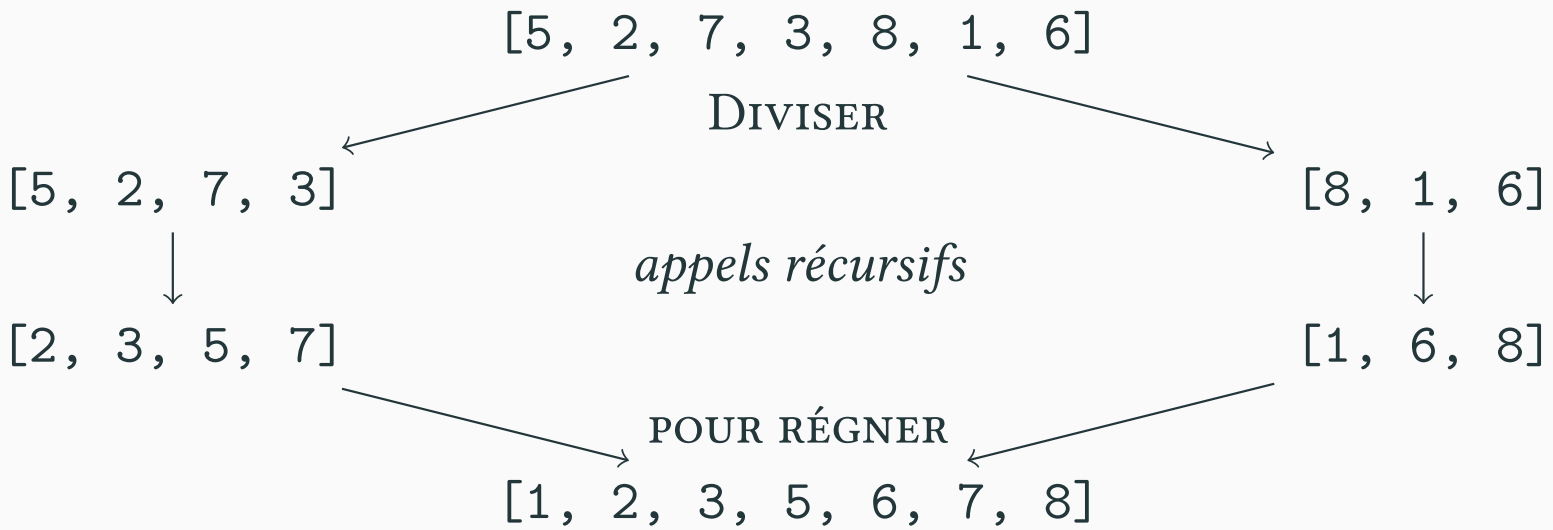
- Par exemple, si C est un polynôme du second degré : $C(n) = 3n^2 - 5n + 4$
  - Lorsque n est grand $C(n) \approx 3n^2$ et des poussières $\leq 4n^2$
  - On a donc $C(n) = O\big(n^2\big)$
- Voici les complexités souvent rencontrées :
  - $O\big(2^n\big)$ pour une complexité exponentielle
  - $O\big(n^p\big)$ pour une complexité polynomiale (un polynôme de degré p)
  - $O\big(n^2\big)$ pour une complexité quadratique (qui est aussi polynomiale $p = 2$)
  - $O\big(n \log n\big)$
  - $O\big(n\big)$ pour une complexité linéaire
  - $O\big(\log n\big)$ pour une complexité logarithmique
  - $O\big(1\big)$ pour une complexité constante

Sommaire

- Partie I. Programmation graphique
- Partie II. Algorithmes
- Partie III. Algorithmes de tri
- Partie IV. Complexité
- Partie V. Algorithmes de recherche
- Partie VI. Crible d'Ératosthène
- Partie VII. Bilan
- Partie VIII. Table des matières

Tri fusion, principe

- Concevons un algorithme de tri efficace en $O(n \cdot \log n)$.
- On utilisera une méthode de type diviser pour régner
- Pour trier une liste `L` :
  - on sépare `L` en deux listes de même taille `L1` et `L2` ;
  - on trie ces deux listes récursivement ;
  - on fusionne les deux listes.



SCRIPT

```
def tri_fusion(L):
    if len(L) < 2:
        return L
    else:
        moitié = len(L) // 2
        L1 = tri_fusion(L[:moitié])
        L2 = tri_fusion(L[moitié:])
        return fusion(L1,L2)
```

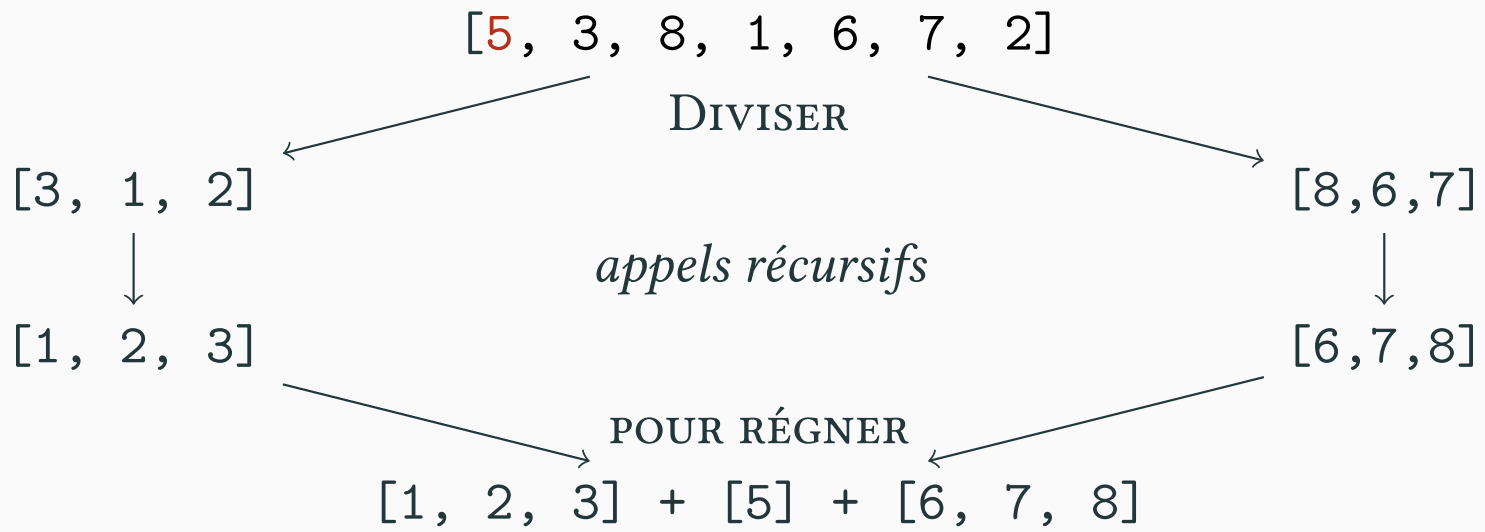
- il reste à écrire l'opération de fusion
  - On crée une liste vide `R`
  - on regarde le premier élément de `L1` et de `L2`.
  - on retire le plus petit des deux et on l'ajoute à R
  - Et on recommence tant que `L1` et `L2` sont non vides.

```
L1 = [3, 6]   L2 = [1, 12]   R = []
L1 = [3, 6]   L2 = [12]      R = [1]
L1 = [6]      L2 = [12]      R = [1, 3]
L1 = []       L2 = [12]      R = [1, 3, 6]
L1 = []       L2 = []        R = [1, 3, 6, 12]
```

- *cf.* TD 9 (exercice 4)

- Il existe un algorithme souvent plus rapide que le tri fusion.
  - Du moins en pratique
- On utilise aussi le principe Diviser pour régner
- L'algorithme est le suivant
  - **Étape 1** : on choisit un élément pivot `p` de `L`
    - on peut prendre le premier élément de la liste
  - **Étape 2** : On définit deux listes `L1` et `L2` de la manière suivante
    - `L1` contient tous les éléments de `L` plus petits que `p`
    - `L2` contient tous les éléments de `L` plus grands que `p`
  - **Étape 3** : On trie `L1` et `L2` de manière récursive.
  - **Étape 4** : On recolle les morceaux `L1 + [p] + L2`

- Posons `L = [5, 3, 8, 1, 7, 2]`
- On choisit `p=L[0]=5` comme pivot. `L` devient `[3, 8, 1, 7, 2]`
  - On prend les éléments plus petits que `p` pour créer `L1 = [3,1,2]`
  - On prend les éléments plus grands que `p` pour créer `L2 = [7,8,6]`
- On trie `L1` et `L2` de manière récursive
- On concatène les trois listes : `[1,2,3] + [5] + [6,7,8]`



SCRIPT

```
def quicksort(L): # Tri rapide
    if len(L) <= 1: # Cas d'arrêt de notre fonction récursive
        return L
    else:
        # On divise
        p = L[0] # le pivot
        L1 = [ x for x in L[1:] if x < p ]
        L2 = [ x for x in L[1:] if x >= p ]
        # On trie
        L1 = quicksort(L1) # tri récursif
        L2 = quicksort(L2) # tri récursif
        # on règne !
        return L1 + [p] + L2
```

- Une compréhension de listes facilite l'écriture de la scission.
- Quel élément choisir pour le pivot ?
  - Pour une liste dans le désordre, `L[0]` est un excellent choix.
  - Si la liste est presque triée, on peut prendre `L[m]` où `m` est le milieu de `L`.
  - On peut aussi choisir au hasard dans la liste (cela fonctionne bien).

Sommaire

- Partie I. Programmation graphique
- Partie II. Algorithmes
- Partie III. Algorithmes de tri
- Partie IV. Complexité
- Partie V. Algorithmes de recherche
- Partie VI. Crible d'Ératosthène
- Partie VII. Bilan
- Partie VIII. Table des matières

- Quel est l'algorithme le plus efficace ?
- Une première approche consiste à mesurer le temps de calcul

SCRIPT

```
from time import time
from random import randint

def chrono(f,x):
    début = time()
    f(x)
    fin = time()
    durée = fin - début
    return durée

def liste_aléatoire(n):
    return [ randint(1,100) for i in range(n) ]

def test():
    L = liste_aléatoire(500)
    for f in [sorted, quicksort, tri_fusion, tri_select]:
        s = f'{f.__name__:<10} -> {chrono(f,L):.6f}'
        print(s)
```

- Rappels :
  - `sorted` est l'algorithme de base utilisé par Python
  - `tri_select` est l'algorithme vu dans le cours 5 sur les listes

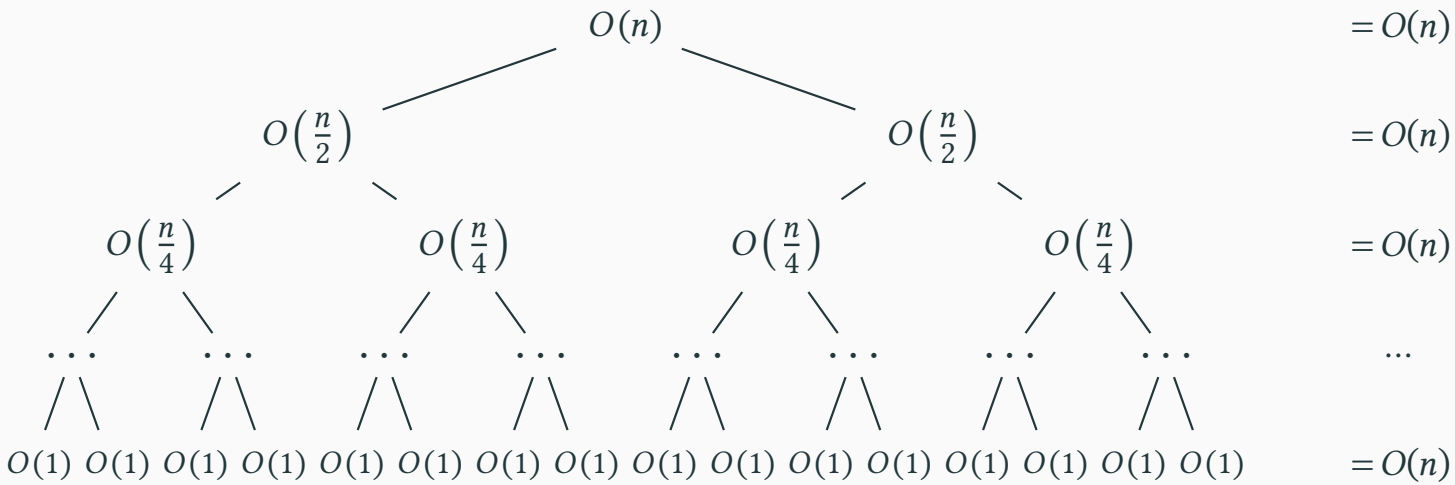
SHELL
```
>>> test()
sorted      -> 0.000046
quicksort   -> 0.000637
tri_fusion -> 0.002608
tri_select -> 0.003999
>>> test()
sorted      -> 0.000046
quicksort   -> 0.000604
tri_fusion -> 0.002290
tri_select -> 0.003985
```

- Ceci n'est pas une preuve rigoureuse.
  - Peut-être que sur certaines listes, `sorted` est plus lent que `quicksort` ?
- Cela ne permet pas de comprendre pourquoi un algorithme est efficace.

- **Nous allons calculer la complexité du tri fusion.**
  - Nous allons nous contenter du calcul du nombre de comparaisons,
    - Nous aurions pu aussi compter le nombre de lecture et d'écriture.
    - Le résultat final aurait été le même.
    - Et ceci car nous ne nous intéressons qu'à l'ordre de grandeur.
- **Notons C_n le nombre de comparaisons.**
  - Appels récursifs
    - Les appels récursifs nécessitent $C_{\frac{n}{2}}$ comparaisons chacun.
  - Diviser et régner
    - DIVISER se fait en 0 comparaison donc $O(1)$ (mais $O(n)$ opérations).
    - La fusion peut être faite en $O(n)$ (*cf. TD*)
    - on montre aisément que $O(1)+O(n)=O(n)$
- Nous avons donc la relation de récurrence suivante : $C_n = 2 \cdot C_{\frac{n}{2}} + O(n)$

- Comment résoudre : $C_n = 2 \cdot C_{\frac{n}{2}} + O(n)$?
  - Dans le cas où n est une puissance de 2 c'est à dire $n = 2^{\log_2(n)}$

$$C_n = 2 \cdot C_{\frac{n}{2}} + O(n) = 2 \cdot \left(2 \cdot C_{\frac{n}{4}} + O\left(\frac{n}{2}\right)\right) + O(n)$$
$$= 4 \cdot C_{\frac{n}{4}} + 2 \cdot O\left(\frac{n}{2}\right) + O(n) = 4 \cdot C_{\frac{n}{4}} + O(n) + O(n)$$



- Au bout du calcul on aura (la hauteur de l'arbre étant $\log_2(n)$) :

$$C_n \quad = \quad O(n) + \cdots + O(n) \quad = \quad (\log_2(n) + 1) \cdot O(n) \quad = \quad O(n \cdot \log n)$$

- Le calcul précédent est correct car tous les $O(\cdots)$ ont la même constante
  - Rappel : $f(n) = O(n)$ si et seulement il existe $k > 0$ tel que $f(n) \leq k \cdot n$
- Pour une démonstration rigoureuse voir l'excellent «Cormen» (chap. 4) :
  - Introduction à l'algorithmique, *T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, C. Stein*
  - Disponible en BU et dans toutes les bonnes librairies.
- Pour du tri, on ne peut pas faire mieux que $O(n \cdot \log n)$
  - En ce sens le tri fusion est optimal.
  - Le tri rapide n'est pas en $O(n \cdot \log n)$.
    - Dans le pire cas il est en $O(n^2)$
    - Mais en moyenne et dans la plupart des cas il est bien en $O(n \cdot \log n)$.
    - En pratique et avec une bonne implémentation, il est même plus rapide que le tri fusion !
    - En effet on peut le programmer « sur place », c'est-à-dire sans créer de nouvelles listes en mémoire.

Sommaire

- Partie I. Programmation graphique
- Partie II. Algorithmes
- Partie III. Algorithmes de tri
- Partie IV. Complexité
- Partie V. Algorithmes de recherche
- Partie VI. Crible d'Ératosthène
- Partie VII. Bilan
- Partie VIII. Table des matières

- Problème fréquent en programmation :
  - rechercher la position d'un élément dans une séquence (ici une liste).
  - Soit L une liste de nombres non triée.
    - Par exemple, `L = [3, 2, 8, 6, 2, 4, 7, 6, 5]`
  - On cherche l'élément `x` (par exemple `x = 6`)
    - S'il apparaît plusieurs fois, on renvoie le premier indice
    - S'il n'est pas dans la liste, on renvoie `-1`.

SCRIPT
```
def chercher(x, L):
    for i in range(len(L)):
        if L[i] == x:
            return i
    return -1
```

SHELL
```
>>> chercher(6,L)
3
>>> chercher(9,L)
-1
```

- Coût en $O(n)$ avec `n=len(L)`
  - Le temps de recherche est proportionnel à la taille de la liste.
  - Avec une liste 2 fois plus longue, la recherche prend 2 fois plus de temps

- Imaginez un dictionnaire dans le désordre,
  - chercher un mot serait un enfer…
  - il faudrait lire tous les mots du dictionnaire pour trouver le bon !
- Un dictionnaire rangé par ordre alphabétique est beaucoup plus utile.
  - La taille du dictionnaire a alors peu d'influence sur temps de recherche.
  - On ouvre au milieu et on sait dans quelle moitié se trouve le mot cherché.
- Cet algorithme a un nom technique : la recherche dichotomique
  - On regarde au centre de l'intervalle de recherche
  - On compare le mot cherché au mot du milieu
  - On prend comme nouvel intervalle la moitié contenant notre mot.
  - Et on recommence avec le nouvel intervalle.

SCRIPT

```
# On cherche x entre L[début] et L[fin], L étant triée
def dicho(x,L,début,fin):
    m = (début+fin)//2
    if début > fin:
        return -1
    elif x<L[m]:
        return dicho(x,L,début,m-1)
    elif x>L[m]:
        return dicho(x,L,m+1,fin)
    else:
        return m

# Initialise la recherche dichotomique avec début et fin
def est_présent(x,L):
    """ L doit être une liste triée """
    dicho(x,L,0,len(L)-1)
```

- Combien d'intervalles allons-nous visiter ?
  - À chaque étape on divise l'intervalle de recherche par 2.
  - si $n = 2^k$, on ne peut le faire que k fois (remarque $k = \log_2(n)$)
  - Plus généralement on ne peut le faire que $\log_2(n)$ fois.
- La recherche dichotomique est ainsi en $O(\log n)$
  - C'est particulièrement efficace !

- Prenons une liste triée de $16 = 2^4$ éléments
  - La recherche se terminera donc en moins de 4 étapes
- On cherche le nombre 22
  - L'intervalle de recherche est en gris
  - Le milieu est en rouge

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32

- On cherche à droite car 22 > 16

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32

- On cherche à gauche car 22 < 24

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32

- On cherche à droite car 22 > 20

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32

- Trouvé : il ne reste qu'un élément et c'est 22

- La recherche dichotomique est plus rapide que la recherche séquentielle.

Recherche dichotomique	**Recherche séquentielle**
Complexité de $O(\log n)$: rapide	Complexité $O(n)$: lent
Nécessite une liste triée	Fonctionne avec toutes les listes

- Et si on trie la liste pour faire la recherche dichotomique ?
  - Le tri est très coûteux $O(n \cdot \log n)$
  - bien plus que la recherche !
  - ce n'est donc pas rentable...
- Sauf si on est amené à faire de nombreuses recherches.
  - Soit R le nombre de recherche.
  - recherche séquentielle : $O(R \cdot n)$: R recherches qui coûtent n
  - dichotomique (avec tri) $= O(R \cdot \log n + n \cdot \log n)$
  - dichotomique (avec tri) $\approx O(R \cdot \log n)$ (pour R très grand devant n)
- Il est rentable de trier une liste si on doit y faire de nombreuses recherches

Sommaire

- Partie I. Programmation graphique
- Partie II. Algorithmes
- Partie III. Algorithmes de tri
- Partie IV. Complexité
- Partie V. Algorithmes de recherche
- Partie VI. Crible d'Ératosthène
- Partie VII. Bilan
- Partie VIII. Table des matières

- Comment savoir si un nombre est premier ?
  - Nous avons vu dans le cours 2 un algorithme en $O(\sqrt{N})$
  - Nous pourrions aller plus vite si nous connaissions tous les nombres premiers plus petits que N.
  - Mais faire ce pré-calcul est très coûteux.
- Sauf si on cherche à calculer tous les nombres premiers inférieurs à N.
  - Il n'est alors pas nécessaire de faire N tests de primalité.
  - Il existe un algorithme connu depuis la Grèce antique !
  - Le crible d'Ératosthène
- On considère la liste de tous les nombres inférieurs à N
  - On entoure 2 et on barre tous ses multiples : 4, 6, etc.
  - Le premier nombre non barré est un nombre premier (3)
  - On entoure 3 et on barre tous ses multiples : 3, (6 déjà barré), 9, etc.
  - Le premier nombre non barré est un nombre premier (5)
  - On entoure 5 et on barre tous ses multiples : ...

Implémentation

SCRIPT

```
# renvoie les premiers compris entre 2 et N
def crible(N):
    premier = (N+1) * [True]
    premier[0]=False
    premier[1]=False
    k=2
    while k*k <= N:
        for m in range(2*k, N+1, k):# m = 2k 3k 4k...
            premier[m]=False
        k = k+1
    return [k for k in range(n+1) if premier[k]]
```

SHELL

```
>>> crible(50)
[2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47]
>>> len(crible(1000))
168
```

- Pour trouver les nombres premiers entre 2 et N, on peut
  - tester si chacun de ces nombres est premier (cours 2) : coût en $O(N\sqrt{N})$;
  - utiliser le crible d'Ératosthène : coût en $O(N \log\log N)$.
  - Mais ce n'est pas si facile de prouver cette complexité

Sommaire

- Partie I. Programmation graphique
- Partie II. Algorithmes
- Partie III. Algorithmes de tri
- Partie IV. Complexité
- Partie V. Algorithmes de recherche
- Partie VI. Crible d'Ératosthène
- Partie VII. Bilan
- Partie VIII. Table des matières

- Les algorithmes sont des mélanges d'astuces élégantes et de grands principes universels
  - diviser pour régner, programmation dynamique, algorithmes gloutons,...
- Même des algorithmes relativement simples (ex : Quicksort) font l'objet de recherches mathématiques poussées encore aujourd'hui, en particulier en combinatoire.
- C'est un des nombreux exemples où l'informatique théorique et les mathématiques se rejoignent.
- En TD, vous verrez d'autres algorithmes proches de ceux de ce cours,
- Mais pour vraiment approfondir le domaine, vous pourrez suivre les cours d'algorithmique de L2 et L3.
- En attendant il y a toujours l'excellent «Cormen» :
  - Introduction à l'algorithmique, *T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, C. Stein*
  - Disponible en BU et dans toutes les bonnes librairies.


2024
Fin

Merci pour votre attention
Questions

?

Cours 9 — Animations et algorithmes

- Partie I. Programmation graphique
  - Objectif
  - Programmation évènementielle
  - Évolution de l'état
  - Définir l'état
  - Ajouter des boutons
  - Le code (presque) complet
  - Autres évènements
  - Exemple
  - Faire une animation
  - Gérer le temps
  - Révolutions!
  - Révolutions : le code
  - Conclusion
- Partie II. Algorithmes
  - Qu'est-ce qu'un algorithme?
  - Historique
  - Complexité des algorithmes
  - Notations de Landau
- Partie III. Algorithmes de tri
  - Tri fusion, principe
  - Tri fusion, implémentation
  - Tri rapide, principe
  - Tri rapide, exemple
  - Tri rapide, implémentation
- Partie IV. Complexité
  - Comparaison empirique des algorithmes
  - Comparaison empirique des algorithmes
  - Comparaison théorique des algorithmes
  - Analyse du tri fusion
  - Complexité des algorithmes de tri
- Partie V. Algorithmes de recherche
  - Recherche séquentielle dans une liste
  - Recherche dichotomique, principe
  - Recherche dichotomique, code
  - Recherche dichotomique, exemple
  - Notion de coût amorti, principe
- Partie VI. Crible d'Ératosthène
  - Principe
  - Implémentation
- Partie VII. Bilan
  - Algorithmes
  - Dernier TP : créez votre propre python
- Partie VIII. Table des matières